

PROJETO DE GRADUAÇÃO

DETERMINAÇÃO DO AUTOAMORTECIMENTO NA CONDIÇÃO LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA DE CABOS CONDUTORES

Por,
Yuri Teles Moura

Brasília, 1º de julho de 2015

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASILIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**DETERMINAÇÃO DO AUTOAMORTECIMENTO
NA CONDIÇÃO LIMITE DE RESISTÊNCIA À
FADIGA DE CABOS CONDUTORES**

POR,

Yuri Teles Moura

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Jorge Luis Almeida Ferreira, UnB/ ENM
(Orientador)

Prof. Ailda Alves Fadel, UnB/ ENM

Brasília, 1º de julho de 2015.

*Este trabalho é dedicado a todos os
professores de minha jornada.
Especialmente a professora Maria José,
de quem guardo a mais terna lembrança.*

*Em verdade, em verdade, vos digo:
Se o grão de trigo que cai na terra não morrer,
permanecerá só; mas, se morrer,
produzirá muito fruto.*

João 12:24.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais Elma Teles e Joaquim de Moura pela dedicação, compreensão e apoio de todas as horas e a todos os que, de alguma forma, contribuíram para a minha conclusão do curso de Engenharia Mecânica, em especial ao Bráulio de Sousa, cujo apoio e amizade tornaram possível a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia de cálculo do autoamortecimento na condição limite de resistência à fadiga de condutores aéreos baseada no Princípio do Balanço de Energia e na Fórmula de Poffenberger-Swart. A revisão bibliográfica demonstra a complexidade envolvida nos fenômenos de vibração eólica e fadiga por *fretting* em fios de cabos condutores. No capítulo destinado aos resultados, aplica-se o método para a obtenção do autoamortecimento do cabo ACSR Drake exposto a uma velocidade de vento típica. Também implementa-se um código computacional para o cálculo do autoamortecimento requerido em condições diversas de regime de vento.

ABSTRACT

This paper presents a methodology for calculating the self-damping in fatigue limit endurance condition of overhead conductors based on Energy Balance Principle and Poffenberger-Swart Formula. The literature review demonstrates the complexity involved in aeolian vibration and fretting fatigue of conductor strands phenomena. In the section for the results, it applies the method to obtain the ACSR Drake conductor self-damping exposed to a typical wind speed. It also implements a computer routine for calculating required damping for vary conditions of wind.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2.1	EXCITAÇÃO	3
2.1.1	Desprendimento de vórtices (cilindro estacionário).....	4
2.1.2	Desprendimento de vórtices (condutor vibrante): vibração eólica.....	6
2.1.3	Condutores e exposição a ventos	9
2.2	EQUAÇÃO DAS ONDAS.....	10
2.2.1	Equação da corda vibrante	10
2.2.2	Resolução por séries de Fourier	12
2.2.3	Harmônicos, frequência e amplitude.....	15
2.3	CONDUTORES	16
2.3.1	Propriedades mecânicas do condutor	17
2.3.2	Fórmula de Poffenberger-Swart (P-S).....	19
2.3.3	Autoamortecimento do condutor.....	24
2.3.4	O teste de decaimento	27
2.3.5	Resultados de medição	28
2.4	RESPOSTA DO SISTEMA	29
2.4.1	Comportamento mecânico de condutores	32
2.4.2	O Princípio do Balanço de Energia (PBE)	34
2.5	CONSIDERAÇÕES	42
3	METODOLOGIA	43
3.1	APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA.....	43
3.2	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO	44
3.2.1	O início da vibração	44
3.2.2	Cálculo da máxima amplitude de oscilação	44
3.2.3	O amortecimento requerido.....	45
4	RESULTADOS.....	46
4.1.1	Dados iniciais	46
4.1.2	Frequência de Strouhal.....	46
4.1.3	Modo natural excitado.....	46
4.1.4	Rigidez à flexão.....	47
4.1.5	Amplitude máxima de vibração	47
4.1.6	Potência introduzida pelo vento	48
4.1.7	O autoamortecimento	48
4.1.8	Comparação entre os valores de amortecimento.....	49
5	CONCLUSÃO	50
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
	ANEXOS	52

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Vórtices de Kármán-Bénard com $Re = 8800$ (LANEVILLE, 2005 apud EPRI, 2005).	4
Figura 2.2. Relação entre Número de Reynolds e Número de Strouhal (CHEN, 1972 apud EPRI, 2006).	5
Figura 2.3. Variação do coeficiente de arrasto para um cilindro com superfícies rugosa e lisa (ZDRAVKOVICH, 1997 apud EPRI, 2006).	5
Figura 2.4. Coeficiente de máxima potência por unidade de comprimento em função da amplitude (BRIKA & LANEVILLE, 1995 apud EPRI, 2006).	8
Figura 2.5. Amplitude de vibração eólica em função do Número de Scruton (EPRI, 2006).	9
Figura 2.6. Tipos diferentes de perfis de vento (EPRI, 2006).	9
Figura 2.7. Perfil de velocidade do vento incidindo sobre condutor.	10
Figura 2.8. Caracterização de um trecho arbitrário da corda.	11
Figura 2.9. Estrutura de um condutor típico (EPRI, 2006).	16
Figura 2.10. Fadiga por fretting em cabo condutor, na região do grampo de suspensão (HORTÊNCIO, 2009).	17
Figura 2.11. Secção transversal do condutor, com parâmetros para cálculo da rigidez à flexão (EPRI, 2006).	18
Figura 2.12. Montagem cabo-grampo de suspensão (FADEL, 2010).	19
Figura 2.13. Onda estacionária, com grampo fixo à esquerda do trecho a do cabo condutor (EPRI, 2005).	20
Figura 2.14. Ampliação do trecho a da Figura 2.13 (EPRI, 2005).	20
Figura 2.15. Desvio (y_t) do condutor em relação à onda senoidal, conforme o cabo se aproxima do grampo (EPRI, 2005).	21
Figura 2.16. Deformação em função da amplitude: comparação entre deformação medida na região do grampo de suspensão e deformação calculada pela fórmula de P-S (cabo Drake a 20% da carga de ruptura) (EPRI, 2006).	23
Figura 2.17. Log da Amplitude relativa em função do log potência dissipada por unidade de comprimento do condutor (cabo Drake a 20% da carga de ruptura) (EPRI, 2006).	25
Figura 2.18. Autoamortecimento do condutor ACSR 564/72 a várias frequências e tensões de esticamento (KIESSLING et al., 2003 apud EPRI, 2006).	25
Figura 2.19. Equilíbrio de forças em um elemento diferencial de fio.	25
Figura 2.20. Arranjo típico do vão de laboratório para aquisição de dados do amortecimento de cabos condutores (FADEL, 2010).	26
Figura 2.21. Decaimento.	27
Figura 2.22. Exemplo de oscilograma resultante do processo vibratório de cabos condutores.	29
Figura 2.23. Variação da velocidade do vento no espaço e no tempo.	30
Figura 2.24. Relação entre o Número de Scruton e a amplitude de vibração.	32
Figura 2.25. Modos de vibração duma viga de Euler com extremidades fixas.	33
Figura 2.26. Amplitude de vibração predita em várias frequências do condutor através da intersecção das curvas de potência e autodissipação do condutor (os valores a 10 Hz são extrapolados) (EPRI, 1979).	35
Figura 2.27. Vibração e amplitudes preditas e indicadas pela Fig. 2.19 (EPRI, 1979).	36
Figura 2.28. Aplicação da tecnologia PBE: Resposta do condutor Drake a vibrações eólicas: máximas amplitudes de vibração (zero-a-pico) e deformações na região do grampo de suspensão (zero-a-pico), em função da frequência.	37
Figura 2.29. Efeito da carga de esticamento no comportamento do condutor.	38
Figura 2.30. Efeito da carga de esticamento no condutor: dados experimentais. Amplitude de vibração RMS em função da frequência (HARDY & Van DYKE, 1995 apud EPRI, 2006).	38
Figura 2.31. Efeito da turbulência dos ventos.	39
Figura 2.32. Comportamento em vibração eólica dum cabo ACSR Drake, um ACSS OPGW (diâmetro aproximado de 15 mm) e um ACAR 1300, com $\tau/w = 1720$ m: (a) amplitude, (b) amplitude relativa e (c) deformação.	40
Figura 3.1. Instalação típica dum cabo condutor exposto à incidência de ventos.	43
Figura 4.1 - Autoamortecimento do cabo Drake expresso em termos do coeficiente de amortecimento, ζ , em função da amplitude relativa, A/D	49

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 2.1. Limites de resistência à fadiga para cabos ACSR.</i>	<i>23</i>
<i>Tabela 2.2. Parâmetros empíricos de autoamortecimento do condutor (EPRI, 2006).</i>	<i>28</i>
<i>Tabela 2.3. Valores numéricos da Figura 2.4 (EPRI, 2006).</i>	<i>31</i>
<i>Tabela 2.4. Aproximação polinomial de curva obtida por Diana e Falco (1971), Figura 2.4.</i>	<i>31</i>
<i>Tabela 4.1. Dados para o cabo ACSR Drake.</i>	<i>46</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	Amplitude ou constante	[m]
C	Amortecimento estrutural, coeficiente ou constante	[N.s/m]
D	Diâmetro	[m]
E	Módulo de elasticidade ou energia	[Pa] ou [J]
F	Força	[N]
F	Função na variável x	
G	Função na variável t	
H	Altura	[m]
I	Momento de inércia	[m ⁴]
L	Comprimento de vão	[m]
M	Momento	[N.m]
P	Potência	[W]
Q	Quantidade de movimento	[kg.m/s]
S	Limite de resistência	
T	Período	[s]
U	Componente da velocidade	[m/s]
V	Componente da velocidade	[m/s]
W	Velocidade do vento	[m/s]
X	Amplitude	[m]
Y	Amplitude	[m]
a	Região próxima ao grampo de suspensão	
b	Coeficiente do polinômio	
c	Velocidade de propagação	[m/s]
d	Derivada ordinária, diâmetro de fio ou distância	[m]
e	Número de Euler	
f	Frequência, intensidade de força ou função	[Hz] ou [N]
g	Função	
h	Dimensão linear do objeto em estudo	[m]
i	Vetor unitário na direção x	
i	Índice	
k	Vetor unitário na direção z	
k	Rugosidade	[m]
m	Massa	[kg]
n	Modo de vibração	
r	Constante, raio	[m]
t	Variável tempo	[s]
x	Variável espacial	[m]

Símbolos Gregos

α	Ângulo ou constante	[rad]
β	Ângulo	[rad]
γ	Constante	
δ	Decremento logarítmico	
ε	Deformação	
ζ	Coeficiente de amortecimento	

θ	Inclinação	[rad]
λ	Autovalor ou comprimento de onda	[m]
μ	Deslocamento	[m]
ν	Viscosidade cinemática	[m ² /s]
ρ	Densidade	[kg/m ³]
σ	Tensão	[Pa]
τ	Tensão de esticamento	[N]
ϕ	Ângulo de fase	[rad]
ψ	Potência específica	[kg/m ³]
ω	Frequência angular	[rad/s]

Subscritos

C	Crítico
D	Arrasto (<i>drag</i>)
L	Linear
R	Velocidade reduzida
St	Strouhal
a	Alternada, alumínio ou camada mais externa
b	Flexão (<i>bend</i>)
f	Fadiga
in	Introduzida
k	Cinética
$máx$	Máximo
mat	Material
$mín$	Mínimo
n	Natural ou n-ésimo modo de vibração
t	Tempo
ref	Referência
s	Aço (<i>steel</i>)
v	Vibração

Sobrescritos

'	Derivada de primeira ordem
''	Derivada de segunda ordem
2	Derivada de segunda ordem

Grupos adimensionais

Re	Número de Reynolds
Sc	Número de Scruton
St	Número de Strouhal

Siglas

AAC	<i>All Aluminum Conductor</i>
AAAC	<i>All Aluminum Alloy Stranded Conductor</i>
ACAR	<i>Aluminum Conductor Alloy Reinforced</i>
ACSR	<i>Aluminum Conductor Steel Reinforced</i>
CIGRÉ	<i>Conseil International des Grands Réseaux Électriques</i>
EES	<i>Engineer Equation Solver</i>
EPRI	<i>Electric Power Research Institute</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
MP	Método da Potência
MRIOE	Método da Razão Inversa de Onda Estacionária
PBE	Princípio do Balanço de Energia
PVIF	Problema do Valor Inicial e de Fronteira
SI	Sistema Internacional de Unidades

1 INTRODUÇÃO

A transmissão de energia elétrica é feita comumente através de cabos condutores aéreos, que devem atender a requisitos de projeto, tanto do ponto de vista elétrico, quanto de resistência mecânica. Enquanto que o primeiro requisito é uma demanda óbvia da linha de transmissão, o segundo advém da necessidade de garantir e manter a integridade da estrutura ao longo de toda sua vida útil.

Com efeito, as linhas de transmissão, quando postas em serviço, experimentam vibrações oriundas da interação dos ventos com o cabo condutor. Tais vibrações, invariavelmente, conduzem o cabo à fadiga mecânica, podendo causar-lhe sérios danos ou mesmo a ruptura, se não forem devidamente previstas e controladas. Sobre este tipo de falha, FADEL (2010) cita o acidente ocorrido no ano de 2001, num condutor aéreo da região sudeste brasileira. Na ocasião, o cabo rompeu-se por fadiga decorrente de vibração eólica, provocando o desligamento de 13 das 18 turbinas da usina hidrelétrica de Itaipu e deixando 11 estados brasileiros sem energia elétrica. Os prejuízos do *blackout* foram estimados em 100 milhões de reais, afora aqueles imensuráveis, como a perda de vidas humanas e prejuízos à imagem do país no cenário mundial.

O progresso e a manutenção de uma sociedade tecnologicamente avançada estão irrefutavelmente atrelados ao seu poder de gerar e distribuir energia. Nesse sentido, o Brasil, com suas dimensões continentais, tem enfrentado dificuldades no seu processo de modernização. A distribuição de energia pelo vasto território nacional constitui um dos maiores desafios a ser superado pelo país em seu processo de desenvolvimento industrial e econômico.

Seja qual for a fonte de geração da energia elétrica – hidráulica, térmica, nuclear etc. –, esta deve ser transmitida, sobretudo aos grandes centros metropolitanos, através do vasto e diversificado território brasileiro. A transmissão da energia gerada de forma segura e eficiente é alcançada mediante o estudo sistemático das linhas de transmissão e dos problemas associados à inserção destas no ambiente. Portanto, o presente estudo se justifica satisfatoriamente como um esforço para alcançar a compreensão do problema, i.e., os fenômenos da vibração eólica e fadiga de cabos condutores.

Admite-se que a vibração de uma linha de transmissão está controlada quando sua amplitude de oscilação mantém-se abaixo de um limite aceitável (EPRI, 2006). Para condutores individuais, é geralmente necessário e suficiente o uso de dispositivos amortecedores, com o fim de absorver a energia dos ventos.

Assim, este trabalho tem como objetivo apresentar um método para o cálculo do amortecimento necessário a um cabo individual para evitar danos decorrentes da fadiga. Sua diretriz é a de predizer, na fase de projeto da linha, se há ou não a necessidade do uso de amortecedores. Acredita-se que o resultado dos esforços dispendidos na realização deste texto será ser útil àqueles que tenham interesse pelo assunto.

Para que se alcance uma compreensão do fenômeno das vibrações eólicas e o decorrente problema da fadiga em cabos condutores aéreos, apresentar-se-á a sua teoria no Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica –, que trata dos aspectos teóricos relevantes ao desenvolvimento, e embasamento do método utilizado no cálculo.

A seguir, no Capítulo 3, expõe-se a Metodologia de forma a ser aplicada a situações diversas, isto é, desenvolve-se um método que pode ser aplicado, *a priori*, a um cabo de qualquer diâmetro e em variadas condições ambientais de instalação, como de regime de vento, comprimento de vão etc.

Apresenta-se então, no Capítulo 4, os resultados da implementação do modelo matemático desenvolvido no Capítulo 3 a um cabo do tipo ACSR Drake, de alumínio reforçado com alma de aço, a fim de verificar, através do uso do modelo, a necessidade ou não da utilização de dispositivos amortecedores com o intuito de garantir que a amplitude de vibração seja controlada.

O Capítulo 5 é dedicado à conclusão e análise dos resultados alcançados no presente Projeto de Graduação.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

São três os tipos principais de movimento vibratório: galope do condutor, oscilação de sub-vão (ou induzida por esteira) e vibração eólica. Eles diferem entre si pelos mecanismos distintos de transferência de energia, pelos padrões distintos de movimento, e pelos diferentes efeitos sobre os condutores, grampos de suspensão e outros equipamentos associados à proteção e suporte da linha de transmissão.

Dá-se o galope do condutor em regiões tipicamente frias, quando ocorre o acúmulo assimétrico de gelo sobre a superfície do cabo e sopram ventos de moderado a rápido (7 a 18 m/s), enquanto que as oscilações induzidas por esteira são características de feixes de condutores e ocorrem sob a ação de ventos de 4 a 18 m/s.

Vibração eólica, por sua vez, é o tipo mais comum, sobretudo no clima tropical brasileiro, e responde pela maior causa de falha por fadiga em condutores aéreos; as velocidades dos ventos capazes de excitar os modos naturais dos condutores, neste tipo de vibração, são de 1 a 7 m/s.

Porquanto o clima tropical brasileiro não é propício ao acúmulo de gelo nas linhas de transmissão e em virtude do objetivo de estudo deste trabalho ser os condutores individuais, será abordado apenas o último tipo de movimento vibratório: vibração eólica. Ademais, CEPEL (2010) *apud* FADEL (2010) mostra que as velocidades do vento no território nacional raramente atingem valor suficiente para a ocorrência de vibrações do tipo galope do condutor ou induzidas por esteira. Pelo exposto, doravante tratar-se-á somente do problema das vibrações eólicas.

O escoamento de ar em torno do cabo gera instabilidades em sua superfície; e quando há uma correspondência entre a frequência de desprendimento de vórtices, na esteira do condutor, e uma de suas frequências naturais, este experimenta o fenômeno da vibração eólica. Desde que suficientemente amortecido, o condutor permanecerá praticamente estacionário.

Em geral, a amplitude de oscilação eólica não ultrapassa um diâmetro do condutor, o que o torna um fenômeno de difícil observação, e pode mesmo passar despercebido aos olhos mais atentos. De fato, só se faz notar pela manhã ou no fim da tarde, quando sopram ventos suaves e de baixa a moderada velocidades. Apesar disso, pode-se sentir a vibração encostando-se a mão nas torres de transmissão.

Apresenta-se nas linhas abaixo o embasamento teórico necessário ao estudo do fenômeno da vibração eólica em condutores individuais e da fadiga em cabos condutores.

2.1 EXCITAÇÃO

Esta seção trata da física da vibração eólica, que é uma instabilidade gerada pelo soprar do vento em torno do condutor; isto diz respeito aos detalhes do escoamento, o qual interage com o movimento

do condutor. Vibração eólica está intimamente relacionada, no lado do vento, ao fenômeno de desprendimento de vórtices e sua energia introduzida no sistema, e, no lado do condutor, à sua habilidade de absorver essa energia.

Pode-se caracterizar vibração eólica por sua amplitude, que é da ordem do diâmetro do condutor, e intervalo de frequência, que varia entre 3 e 200 Hz. Se insuficientemente amortecido, o condutor experimenta problemas de fadiga que podem resultar na sua falha.

2.1.1 Desprendimento de vórtices (cilindro estacionário)

Observa-se o desprendimento de vórtices – como as da Figura 2.1 abaixo – a jusante do escoamento fluido em torno de um cilindro estacionário. Tal região é dita esteira de vorticidade ou simplesmente esteira.

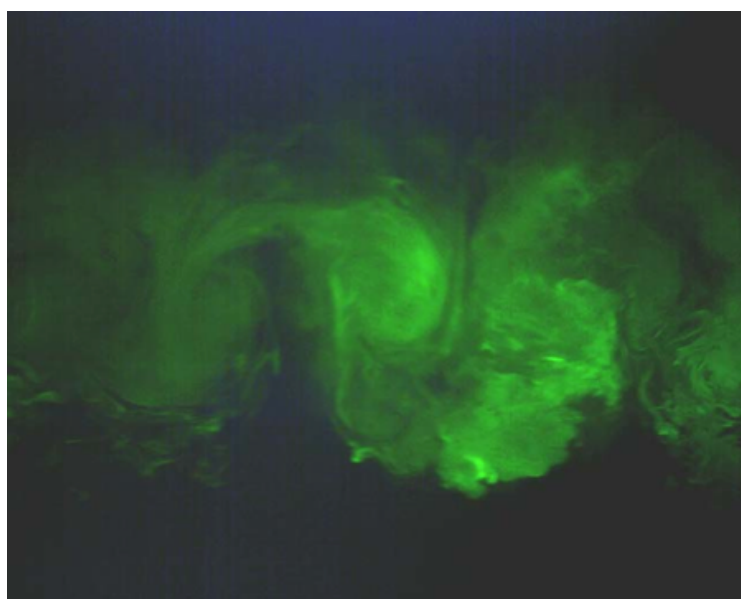


Figura 2.1. Vórtices de Kármán-Bénard com $Re = 8800$ (LANEVILLE, 2005 *apud* EPRI, 2005).

Vários estudiosos dedicaram-se à compreensão do fenômeno, entre eles Cenek Vincent STROUHAL (1878) *apud* EPRI (2006), que fez medições da frequência do tom audível gerado por hastes giradas contra o ar. Strouhal verificou uma relação de proporcionalidade entre a frequência do som emitido e a razão entre a velocidade, com que se girava a haste, e o diâmetro desta. A constante de proporcionalidade é, na verdade, um número adimensional, que, mais tarde foi chamado Número de Strouhal, St , em sua homenagem.

Assim, a frequência de desprendimento de vórtices, f_{St} , na esteira de um cabo condutor – considerado um cilindro – com diâmetro D sobre o qual escoo fluido a uma velocidade a montante, U , é dada por:

$$f_{St} = St \frac{U}{D}. \quad (1)$$

Vê-se que o Número de Strouhal varia com o Número de Reynolds:

$$Re = \frac{UD}{\nu}, \quad (2)$$

em que ν é a viscosidade cinemática do fluido ($1,51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ para o ar a 20°C), conforme ilustra a Figura 2.2. No intervalo de Número de Reynolds onde tipicamente se dá vibração eólica, o valor do Número de Strouhal é 0,18.

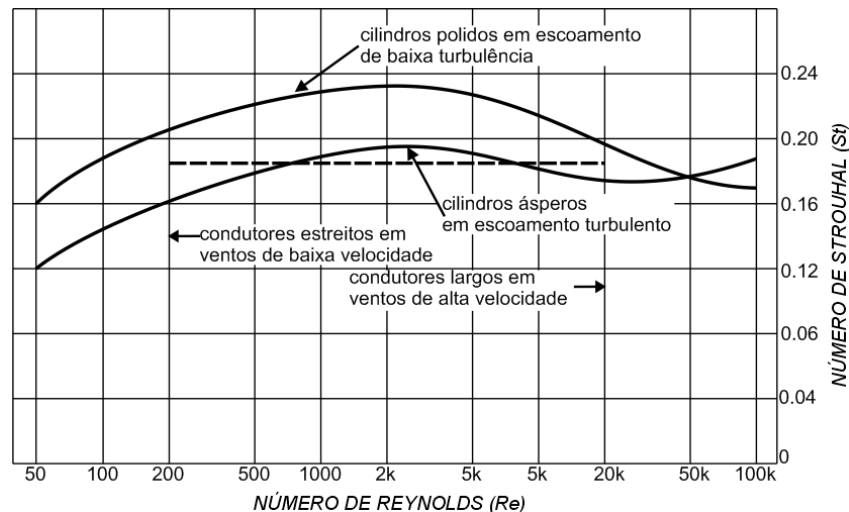


Figura 2.2. Relação entre Número de Reynolds e Número de Strouhal (CHEN, 1972 *apud* EPRI, 2006).

A análise dimensional dos parâmetros no caso do cilindro estacionário longo sugere que os coeficientes de arrasto e sustentação, bem como o processo de desprendimento de vórtices, representado pelo Número de Strouhal – Eq. (1) –, devem ser funções de três critérios: o Número de Reynolds – Eq. (2) –, a rugosidade relativa da superfície, k/h , e a razão de aspecto, L/D .

No caso de condutores, o comprimento do vão é muitas vezes maior que seu diâmetro: para um vento uniforme, o efeito da razão de aspecto em relação ao processo de desprendimento de vórtices é pequeno.

Dados experimentais revelam o pequeno efeito que tem a rugosidade relativa, sobretudo na faixa de Reynolds dos condutores expostos a ventos típicos ($350 < Re < 35000$). Conforme indica a Figura 2.3, o efeito da rugosidade relativa é induzir um regime crítico prematuro no coeficiente de arrasto, C_D , mas principalmente num intervalo de Re além daquele dos condutores. Ademais, condutores compactos têm superfícies relativamente lisas.

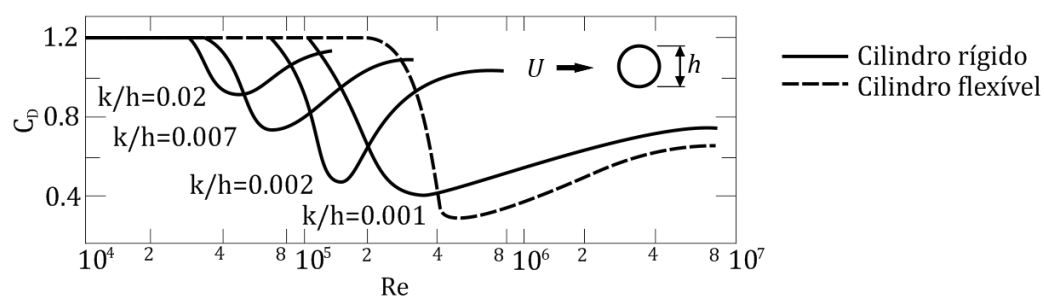


Figura 2.3. Variação do coeficiente de arrasto para um cilindro com superfícies rugosa e lisa (ZDRAVKOVICH, 1997 *apud* EPRI, 2006).

Considere-se o cabo Drake, de 28,110 mm de diâmetro, em um vento de 5 m/s (10°C). Para estas condições, $Re = 9900$; e $St = 0,185$, de acordo com a Figura 2.2. Então, os vórtices serão desprendidos à frequência de Strouhal dada pela Eq. (1), ou seja,

$$f_{st} = 0,185 \frac{5}{28,143 \times 10^{-3}} \cong 33,1 \text{ Hz}.$$

O desprendimento alternado de vórtices à frequência de Strouhal na esteira do condutor estacionário induz uma distribuição de pressão instável em sua superfície.

2.1.2 Desprendimento de vórtices (condutor vibrante): vibração eólica

No intervalo particular do Número de Reynolds típico das vibrações eólicas – 4000 a 15000 –, a camada limite que se desenvolve a partir do ponto de estagnação ao ponto de separação permanece laminar.

Quando a velocidade do escoamento a montante é tal que a frequência de desprendimento de vórtices na esteira aproxima-se de uma das frequências naturais do condutor, inicia-se o movimento vibratório. Tal movimento dá-se mormente na direção transversal ao escoamento, excitado pelas flutuações na força de sustentação, devido ao desprendimento de vórtices. O movimento na direção do escoamento está relacionado às flutuações na força de arrasto, que são menos relevantes que aquelas da força de sustentação.

Esta velocidade, dita velocidade de Strouhal, U_{St} , capaz de excitar o cabo, associa a frequência de desprendimento de vórtices à frequência do modo natural excitado.

Na Seção 2.2 a seguir será visto como calcular a frequência natural para um dado modo de vibração de um cabo considerado uma corda flexível. Por ora, pode-se assumir um valor a título de exemplo:

Se se assume um comprimento de vão de um condutor com certa densidade linear e certo diâmetro, a frequência modal pode ser determinada. Seja $f_n = 26,4 \text{ Hz}$; então, se $D = 19 \text{ mm}$ (0,75 in), da Eq. (1) e considerando $St = 0,18$, o valor da velocidade de Strouhal é:

$$U_{St} = 24,6 \frac{19 \times 10^{-3}}{0,18} = 2,79 \text{ m/s}.$$

Evidências experimentais mostram que vibração eólica, para um dado modo do condutor, ocorre mais em um intervalo de velocidades do que para uma velocidade específica, e que a velocidade do escoamento capaz de iniciar o movimento oscilatório do condutor apenas se aproxima de U_{St} . Uma vez iniciada a vibração do cabo condutor, a frequência do desprendimento de vórtices é então controlada pela vibração deste, mesmo que a velocidade do vento varie em torno da velocidade de Strouhal, U_{St} . Tal fenômeno é referido na literatura como efeito de *lock-in*.

O intervalo de velocidades em torno de U_{St} para o qual ocorre o efeito de *lock-in* – e vibrações são excitadas – é entre 90 e 130% de U_{St} . Mais precisamente, conforme A – a amplitude (zero-a-pico) do movimento do condutor – aumenta e alcança valores da ordem de $0,1D$ a $0,2D$, a geração dos vórtices passa a ser determinada pela frequência de oscilação do condutor: sua frequência de desprendimento é sincronizada com aquela do condutor, e uma diferença de fase pode ser medida.

No caso de um condutor estacionário, as variáveis que controlavam as pressões ou forças flutuantes eram os números de Reynolds e Strouhal, enquanto que as variáveis dependentes eram a força e os coeficientes de pressão. No intervalo de *lock-in*, o número de Strouhal permanece útil para o cálculo de U_{St} , a velocidade de início, e o fim do intervalo de excitação.

No entanto, variáveis adicionais devem ser contabilizadas para que se leve em conta o condutor como um sistema vibrante: f_v , a frequência de oscilação do condutor; m_L , sua massa por unidade de comprimento; L , o comprimento do vão; e C , seu amortecimento estrutural. As variáveis dependentes adicionais são: A , a amplitude de vibração do condutor, ou P_{in} , a potência introduzida pelo vento por ciclo de vibração e por unidade de comprimento. Por rigor, deve-se manter uma diferenciação entre f_n , a frequência natural do n -ésimo modo de vibração do condutor, e f_v , a frequência de vibração, apesar de essas frequências estarem muito próximas se o condutor estiver exposto ao vento.

O amortecimento crítico para uma corda esticada a um dado modo, C_C , é definido como $2m_L \frac{L}{2} \omega_n$ ou $4\pi m_L \frac{L}{2} f_n$, onde $m_L \frac{L}{2}$ é a massa modal de uma corda esticada cuja massa por unidade de comprimento (ou densidade linear) é m_L . Em estruturas com pequeno amortecimento, tais como linhas aéreas de transmissão, o termo $2\pi\zeta$ corresponde a δ , o decremento logarítmico, conforme será visto na Seção 2.3 subsequente.

Na faixa em que se dá o efeito de *lock-in*, o Número de Strouhal é então substituído por U_R , a velocidade reduzida, a qual tem a forma do inverso do número de Strouhal.

O fenômeno de desprendimento de vórtice é bastante complexo, e consequentemente, a potência introduzida (pelo vento) é função da amplitude relativa de vibração, A/D , bem como da velocidade reduzida, U_R .

Chama-se amplitude relativa o número definido pela razão entre a amplitude de vibração e o diâmetro do cabo condutor: A/D .

Para propósitos de seleção de um dispositivo amortecedor capaz de absorver a energia dos ventos, é útil a determinação, do coeficiente de máxima potência introduzida por unidade de comprimento do condutor (EPRI, 2006):

$$\frac{P_{in_{máx}}}{\rho D^4 f_v^3} = \psi \left(\frac{A}{D} \right). \quad (3)$$

Tal coeficiente, doravante será referido por potência específica.

A Figura 2.4 abaixo mostra dados experimentais da potência específica medida por diversos pesquisadores. A maior parte destes dados foi obtida segundo medições em túneis de vento com baixa turbulência, escoamento suave e velocidades controladas. Não obstante as diferentes metodologias adotadas nesses estudos, nota-se uma concordância apreciável. Alguns desses testes foram realizados em cilindros rígidos, enquanto outros, em cilindros flexíveis submetidos à deflexão senoidal.

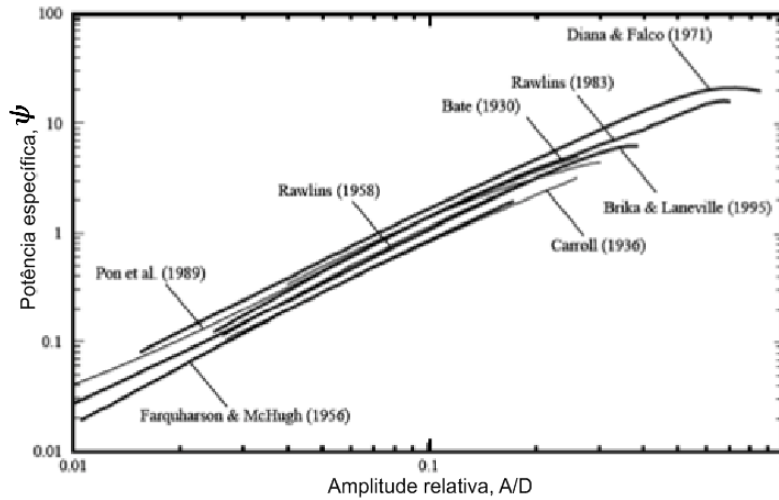


Figura 2.4. Coeficiente de máxima potência por unidade de comprimento em função da amplitude (BRIKA & LANEVILLE, 1995 *apud* EPRI, 2006).

A ordenada no gráfico da Figura 2.4 não é adimensional, pois a densidade do ar não está presente no denominador do coeficiente. A potência adimensional é 20% menor que o valor da figura, já que a maior parte desses dados foi obtida em condições de vento na faixa de 10 a 30 °C – onde a densidade do ar $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$.

Vibração induzida por vórtice em estruturas cilíndricas tem sido o tema de diversas pesquisas. No caso de um cilindro rígido montado sobre um sistema elástico – uma mola, por exemplo –, as amplitudes máximas de oscilação em regime permanente podem ser previstas com base em diversas correlações empíricas. A Figura 2.5 ilustra quatro dessas correlações, e a concordância é bastante razoável.

Uma vez determinado o amortecimento modal para um dado cabo (aproximado por um cilindro), em termos do decremento logarítmico, δ , pode-se calcular facilmente o Número de Scruton, definido por:

$$Sc = \frac{\delta m_L}{\rho D^2}, \quad (4)$$

em que ρ designa a densidade do ar. Logo, a amplitude máxima em regime permanente é então obtida do gráfico na Figura 2.5 abaixo.

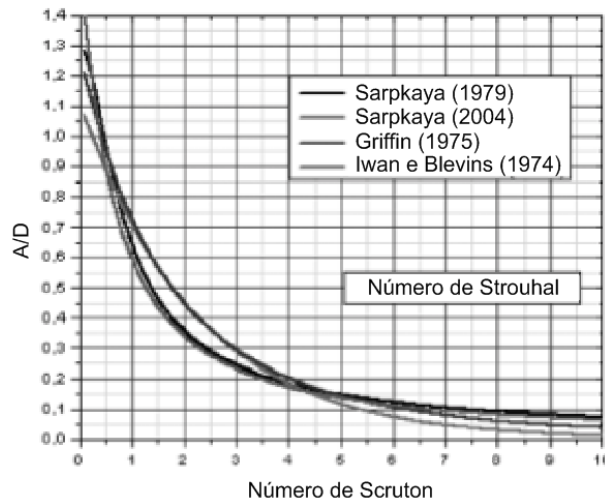


Figura 2.5. Amplitude de vibração eólica em função do Número de Scruton (EPRI, 2006).

2.1.3 Condutores e exposição a ventos

Uma linha de transmissão é exposta a uma grande diversidade ambiental ao longo de seu caminho. O vento é um importante componente de seu ambiente, gera forças constantes e flutuantes sobre o cabo condutor e pode levar a instabilidades, como vibração eólica. A Figura 2.6 ilustra perfis genéricos de vento utilizados para descrever ventos naturais aos quais um condutor é usualmente submetido. Esses ventos naturais resultam de gradientes de pressão atmosférica, e observações meteorológicas sugerem que a velocidade média dos ventos varia com a altitude, como na camada limite.

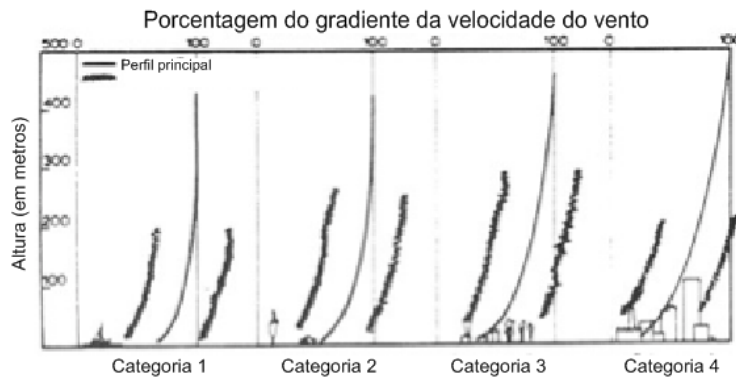


Figura 2.6. Tipos diferentes de perfis de vento (EPRI, 2006).

As características relevantes do escoamento na localidade do condutor devem ser determinadas a fim de que se avaliem suas interações, estáticas e dinâmicas, com o vento. Essas características são funções da topologia do terreno e de dados meteorológicos.

Leis de potência são geralmente adotadas para a descrição do perfil de velocidade média dos ventos:

$$U(y) = U_{ref} \left(\frac{y}{y_{ref}} \right)^{\alpha}, \quad (5)$$

em que α varia com a topologia do terreno. As propriedades meteorológicas são medidas, na prática, na altura padrão, $y_{ref} = 10 \text{ m}$. O valor U_{ref} , velocidade de referência, usado para avaliar as cargas estáticas aplicadas à estrutura de suporte do condutor, é baseado em dados estatísticos de meteorologia.

Instabilidades como vibração eólica e galo do condutor podem ser iniciadas a velocidades de escoamento mais baixas. Entretanto, o conceito de perfil de velocidade é necessário para avaliar-se a velocidade do escoamento e a turbulência ao longo do condutor.

A Figura 2.7 ilustra a variação do vento na direção x , onde x é a coordenada ao longo do condutor.

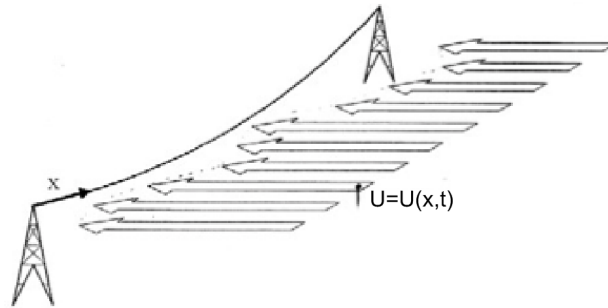


Figura 2.7. Perfil de velocidade do vento incidindo sobre condutor.

2.2 EQUAÇÃO DAS ONDAS

O fenômeno das pequenas vibrações transversais de um cabo condutor, considerado uma corda perfeitamente flexível, tem lugar num plano (x, y) , no qual supõe-se que a corda vibra em torno da posição de repouso, ao longo do eixo x . Faz-se a hipótese de que as partículas constituintes da corda se desloquem apenas na direção do eixo y , e daí vem a terminologia vibração transversal. A consideração de ser perfeitamente flexível implica que a corda não apresenta resistência a ser dobrada, isto é, à flexão. Para deduzir a equação diferencial que deve satisfazer a função $y(x, t)$, que representa a posição do ponto x na corda no instante t , utiliza-se a segunda lei de Newton, que diz: “A derivada com relação ao tempo da quantidade de movimento do corpo é igual à soma das forças aplicadas”. As grandezas envolvidas nessa lei são vetoriais, de modo que ao se aplicá-la, um cuidado especial deve ser tomado com a direção e a orientação das forças, velocidades e acelerações.

2.2.1 Equação da corda vibrante

Seja então um trecho da corda, ao qual será aplicada a lei, entre dois pontos arbitrários, $x = a$ e $x = b$. Designando $m_L(x, t)$ a densidade da corda, vê-se, inicialmente, que a hipótese das partículas apenas se deslocarem em direção normal a x , implica que, de fato, a densidade independa de t . Portanto, ela será designada por $m_L(x)$. Assim, a quantidade de movimento da corda entre a e b é dada por

$$Q(t) = \int_a^b m_L(x) y_t(x, t) dx, \quad (6)$$

onde $y_t(x, t)$ designa a velocidade do ponto x da corda no instante t . Note-se que a hipótese de vibração transversal implica que não haja componente da velocidade na direção x , mas apenas na direção y . Há dois tipos de forças a serem considerados. Primeiro, a ação do resto da corda sobre o trecho entre a e b , que é representada por forças de tensão na direção das tangentes, as forças \mathbf{F}_a e \mathbf{F}_b , indicadas na Figura 2.8.

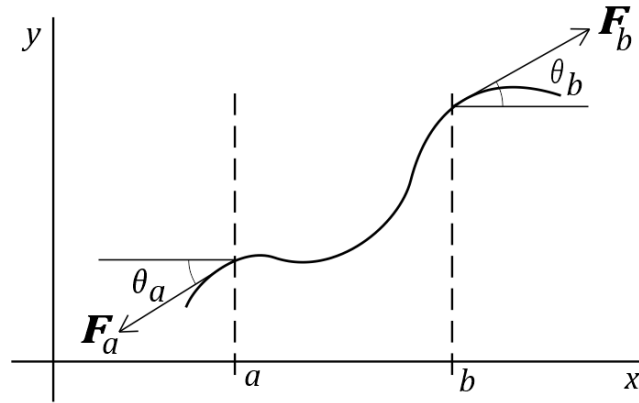


Figura 2.8. Caracterização de um trecho arbitrário da corda.

Sejam $f(a, t)$ e $f(b, t)$, respectivamente, as intensidades dessas forças. Sejam θ_a e θ_b os ângulos das tangentes à corda com o eixo x nos pontos de abscissa a e b , respectivamente. Aplicando-se a lei de Newton na direção x :

$$f(b, t) \cos \theta_b = f(a, t) \cos \theta_a,$$

donde se conclui que a componente horizontal da tensão é independente do ponto x e é função apenas do tempo t ; usa-se então para ela a notação $\tau(t)$. Assim a resultante vertical das forças de tensão atuando sobre o trecho da corda entre os pontos de abscissas a e b é

$$\tau(t) \tan \theta_b - \tau(t) \tan \theta_a = \tau(t) y_x(x, t) \Big|_{x=a}^{x=b} = \int_a^b \tau(t) y_{xx}(x, t) dx. \quad (7)$$

Além das forças de tensão, o sistema pode estar sujeito à ação de forças externas como a gravidade, resistência ao movimento imposta pelo meio onde está a corda, ou forças tendentes a restaurar a posição de equilíbrio da corda. Supondo-se que as únicas forças atuantes sejam as de tensão, utilizam-se a segunda lei de Newton, enunciada acima, bem como as Equações (6) e (9), para obter

$$\frac{d}{dt} \int_a^b m_L y_t(x, t) dx = \int_a^b \tau(t) y_{xx}(x, t) dx. \quad (8)$$

Supondo a continuidade da função $y_{tt}(x, t)$, pode-se levar a derivada d/dt para dentro da integral na Eq. (8). E como a e b são arbitrários, obtém-se a equação das ondas (FIGUEIREDO, 2009):

$$m_L(x) y_{tt} = \tau(t) y_{xx},$$

ou seja,

$$y_{tt} = c^2 y_{xx}, \quad (9)$$

onde $c(x, t)^2 = \tau(t)/m_L(x)$.

Analisando os resultados dimensionalmente, nota-se que $\tau(t)$ tem a dimensão de força, isto é, MLT^{-2} , onde M é massa, L é comprimento e T é tempo. Por outro lado, $m_L(x)$, que é uma densidade linear, tem a dimensão ML^{-1} . Logo, $c(x, t)$ tem a dimensão LT^{-1} , isto é, a dimensão de uma velocidade. Mais adiante será visto que essa velocidade tem um sentido físico. É fácil ver que a Eq. (9) está, como não poderia deixar de ser, dimensionalmente correta. De fato, y_{tt} tem a dimensão de uma aceleração, isto é, LT^{-2} , e y_{xx} tem a dimensão L^{-1} .

Pode-se também supor c constante, caso a corda seja homogênea [$m_L(x) = \text{constante}$] e caso as vibrações tenham amplitude muito pequena [$\tau(t) = \text{constante}$].

2.2.2 Resolução por séries de Fourier

Será mostrado a seguir como o método de separação de variáveis e a teoria das séries de Fourier são utilizados para resolver o problema da corda vibrante com extremidades fixas:

$$\begin{aligned} y_{tt} &= c^2 y_{xx} \text{ em } \mathcal{R}, \\ y(0, t) &= y(L, t) = 0, \text{ para } t \geq 0, \\ y(x, 0) &= f(x), y_t(x, 0) = g(x), \text{ para } 0 \leq x \leq L, \end{aligned} \quad (10)$$

onde supõe-se c constante, e \mathcal{R} designa a semifaixa $\{(x, t) \in \mathbb{R}^2: 0 < x < L, t > 0\}$.

Eis o que se chama Problema do Valor Inicial e de Fronteira (PVIF). Para resolvê-lo, inicialmente, é preciso que sejam separadas as variáveis para que então se determinem funções $y(x, t) = F(x)G(t)$, que satisfaçam à equação das ondas e às condições de fronteira. Isso feito, utilizam-se essas funções para compor uma função que satisfaça, também, às condições iniciais. Substituindo na equação das ondas, Eq. (9), tem-se

$$\frac{F''}{F} = \frac{G''}{c^2 G}. \quad (11)$$

O lado esquerdo da Eq. (11) acima depende somente de x , e o lado direito, somente de t . Isso implica que eles, na verdade, independam de x e t . Logo, são iguais a um parâmetro γ (independente de x e t), o qual será determinado de modo que as condições de fronteira sejam satisfeitas por $y(x, t) = F(x)G(t)$. Portanto, da Eq. (11), obtém-se

$$F'' - \gamma F = 0, \quad (12)$$

$$G'' = \gamma c^2 G. \quad (13)$$

As condições de fronteira, $0 = y(0, t) = F(0)G(t)$ e $0 = y(L, t) = F(L)G(t)$, implicam que $F(0) = F(L) = 0$, pois, de outro modo, G seria identicamente nula. Isso acarretaria $y(x, t) = 0$ para todo t , o que, evidentemente, não interessa. Assim, chega-se ao seguinte problema de autovalores: determinar-se os valores γ (ditos autovalores), para os quais o problema

$$\begin{aligned} F'' - \gamma F &= 0, 0 < x < L, \\ F(0) &= F(L) = 0, \end{aligned} \tag{14}$$

tenha soluções $F(x)$ não identicamente nulas (ditas autofunções). Aqui se vê a vantagem do método de separação de variáveis: transforma uma equação diferencial parcial, não solúvel aos métodos conhecidos, em duas equações diferenciais ordinárias, bastante estudadas e conhecidas dos alunos de Engenharia Mecânica.

Trata-se duma equação diferencial ordinária e suas condições de fronteira. Supõe-se que a solução seja uma função exponencial, isto é, $F(x) = e^{rx}$, onde r é uma constante real. Assim, como $F'(x) = re^{rx}$ e $F''(x) = r^2e^{rx}$,

$$(r^2 - \gamma)e^{rx} = 0.$$

Como $e^{rx} > 0 \forall r, x \in \mathbb{R}$, a afirmação acima é válida se, e somente se,

$$r^2 - \gamma = 0. \tag{15}$$

A Equação (15) é dita equação característica associada à Eq. diferencial (12), e sua solução é expressa na forma

$$r = \pm\sqrt{\gamma}.$$

Há três possibilidades para γ , conforme segue.

- i) Se $\gamma > 0$, a equação característica possui duas raízes reais distintas, resultando em duas soluções linearmente independentes, que formam a seguinte solução geral para a Eq. (12):

$$F(x) = c_1 e^{\sqrt{\gamma}x} + c_2 e^{-\sqrt{\gamma}x}.$$

Portanto, se tal F satisfizer as condições dadas em (14), o par (c_1, c_2) de constantes deverá ser solução do sistema linear

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 0, \\ e^{\sqrt{\gamma}L}c_1 + e^{-\sqrt{\gamma}L}c_2 = 0. \end{cases}$$

Mas a única solução desse sistema é $c_1 = c_2 = 0$. E isso implica $F \equiv 0$ (lê-se: F identicamente nula, i.e., F assume valor zero para todo x em seu domínio), o que obviamente não interessa.

- ii) Se $\gamma = 0$, então $r = 0$, e a solução geral da Eq. (12) é da forma:

$$F(x) = c_1 x + c_2.$$

Para satisfazer às condições dadas em (14), $c_2 = 0$ e $c_1 L + c_2 = 0$, o que implica $c_1 = c_2 = 0$ e, portanto, $F \equiv 0$.

iii) Se $\gamma < 0$, as raízes da equação característica – Eq. (15) – são números complexos conjugados; faz-se $\gamma = -\lambda^2$, e a solução geral da Eq. (12) é da forma:

$$F(x) = c_1 \cos \lambda x + c_2 \sin \lambda x.$$

Para que uma tal F satisfaça as condições de fronteira em (14), é preciso que $\sin \lambda L = 0$, o que implica $\lambda L = n\pi$, onde n é um inteiro não-nulo ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$). Os valores de $-\gamma = \lambda^2$:

$$\lambda_n^2 = \frac{n^2 \pi^2}{L^2}, \quad (16)$$

são chamados os valores próprios ou autovalores do problema dado em (14), e as funções

$$F_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (17)$$

são ditas funções próprias ou autofunções do problema dado em (14). Não há necessidade de se considerarem os valores negativos de λ_n , pois isso conduziria a uma autofunção diferindo apenas no sinal de uma obtida para um λ_n positivo.

De modo análogo, verifica-se que, para cada γ_n , a solução geral da Eq. (13) é

$$G_n(t) = a_n \cos \frac{n\pi ct}{L} + b_n \sin \frac{n\pi ct}{L},$$

onde a_n e b_n são constantes arbitrárias. Logo, as funções

$$y_n(x, t) = a_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi ct}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi ct}{L}, \quad (18)$$

são soluções da equação da onda e satisfazem às condições de fronteira. O passo seguinte do método de Fourier é a determinação das constantes a_n e b_n , de modo que a solução $y(x, t)$ do PVIF seja dada por

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi ct}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi ct}{L} \right]. \quad (19)$$

Esse propósito implica, em primeiro lugar, que

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (20)$$

e, para que isso aconteça, é necessário que

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (21)$$

Para a determinação dos b_n , obtém-se $y_t(x, t)$ derivando a série da Eq. (19), termo a termo. Usando-se, então, a segunda condição inicial, tem-se

$$g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi c}{L} b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L}. \quad (22)$$

Logo,

$$\frac{n\pi c}{L} b_n = \frac{2}{L} \int_0^L g(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx,$$

de onde se obtém

$$b_n = \frac{2}{n\pi c} \int_0^L g(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (23)$$

Por fim, nota-se que a solução do PVIF é dada pela Eq. (19), cujos coeficientes a_n e b_n são calculados em (21) e (23), respectivamente (FIGUEIREDO, 2009).

2.2.3 Harmônicos, frequência e amplitude

Na resolução do PVIF, feita na seção anterior pelo método de Fourier, obtiveram-se as funções

$$y_n(x, t) = a_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi ct}{L} + b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{sen} \frac{n\pi ct}{L},$$

que são soluções da equação da onda, $y_{tt} = c^2 y_{xx}$, e que satisfazem às condições de fronteira, $y(0, t) = y(L, t) = 0$. Essas funções são chamadas ondas estacionárias, pela razão que será explicada a seguir. Para x , tal que $n\pi x/L = k\pi$, isto é, $x = kL/n$, $k = 0, 1, \dots, n$, tem-se $\operatorname{sen} n\pi x/L = 0$. Portanto, esses pontos, e apenas esses, permanecem parados se a vibração da corda é descrita pela função y_n . [Isso corresponderia à vibração de uma corda com extremidades fixas e condições iniciais $y(x, 0) = a_n \operatorname{sen} n\pi x/L$ e $y_t(x, 0) = (n\pi c/L)b_n \operatorname{sen} n\pi x/L$.] Esses pontos são chamados os nós da onda estacionária. Os pontos médios entre dois nós consecutivos são ditos antinós (ou ventres). O dobro da distância entre dois nós é o comprimento de onda: assim, o comprimento de onda da onda estacionária y_n é $2L/n$.

A função y_n é chamada também o n -ésimo harmônico ou a n -ésima tônica. A primeira tônica recebe, também, o nome de tônica principal ou harmônico fundamental, e as demais são supertônicas.

Fazendo $\alpha_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ e $\theta_n = \arctan a_n/b_n$, pode-se escrever y_n assim

$$y_n(x, t) = \alpha_n \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi ct}{L} + \theta_n \right) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L}, \quad (24)$$

onde θ_n se chama fase. Note-se que para cada t fixado a configuração da corda é descrita por uma senoide. Para os valores de t tais que $(n\pi ct/L) + \theta_n = k\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$, a corda passa pela posição de equilíbrio, e nesses momentos a velocidade $\partial y_n / \partial t$ é máxima. Para os valores de t tais que $\operatorname{sen}[(n\pi ct/L) + \theta_n] = \pm 1$ a corda tem seus desvios máximos da posição de equilíbrio, e nesses momentos a velocidade é nula. Observe-se também que o movimento de cada ponto x da corda obedece uma lei senoidal de amplitude $\alpha_n \operatorname{sen} n\pi x/L$, período $T_n = 2L/nc$ e frequência angular

$\omega_n = n\pi c/L$. Assim, a frequência de vibração de todos os pontos da corda é a mesma. Então, como $\omega_n = 2\pi f_n$,

$$f_n = \frac{nc}{2L} \text{ e } \alpha_n \sin \frac{n\pi x}{L},$$

são ditas, respectivamente, a frequência natural e amplitude do n-ésimo harmônico (FIGUEIREDO, 2009). Vê-se que as frequências das supertônicas são múltiplos da frequência tônica.

2.3 CONDUTORES

O cabo condutor de energia é considerado o componente de maior importância em uma linha de transmissão, já que sua função é transferir potência elétrica, e sua contribuição para o custo total da linha é significativa. Contabilizando-se os custos com material e instalação, o condutor pode representar até 40% do investimento total necessário à construção de uma nova linha aérea de transmissão. Portanto, muita atenção deve ser dada à seleção de uma configuração de condutor, que deve ser capaz de suportar as cargas previstas.

Contínuas mudanças no custo de materiais condutores apropriados à construção de cabos, tais como mudanças em requisitos mecânicos e elétricos, avanços na tecnologia de manufatura e um foco mais recente na atualização de linhas, em termos do aumento das cargas de esticamento em condutores, têm levado a um desenvolvimento dinâmico, resultando numa gama de opções e aplicações. A evolução vai desde os primeiros fios de cobre (ou condutores à base de cobre) às soluções atuais de melhor custo-benefício, como os condutores de alumínio e suas ligas.

A forma mais largamente utilizada de condutores é aquela em que camadas de fios são enrolados helicoidalmente, primeiro compondo-se a alma do cabo, a seguir, enrolando-se outras camadas de fios, que podem ser do mesmo ou de material diferente da alma. De modo a garantir a integridade dessa construção, alterna-se a direção do enrolamento de camada para camada, conforme ilustra a Figura 2.9 abaixo.

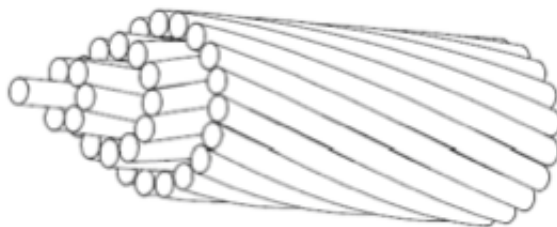


Figura 2.9. Estrutura de um condutor típico (EPRI, 2006).

Os requisitos mecânicos são os que oferecem maiores desafios ao projeto de condutores. De fato, os aspectos elétricos limitam-se à densidade de corrente, à resistência (e perda de potência associada) e à diferença de potencial elétrico. Tais dificuldades são solucionadas aumentando-se a área da secção

transversal do cabo (bitola) através do ajuste do seu diâmetro ou do uso de feixes de condutores na linha.

Alguns condutores são feitos de alumínio puro, conhecidos por AA1350-H19 e referidos como AAC – do inglês, *All Aluminum Conductor*. Por conta de sua baixa relação resistência-peso (a qual é o mais importante critério mecânico), esses tipos de condutor são apropriados a pequenos comprimentos de vão em redes de distribuição, onde as cargas de vento são limitadas.

Para conferir maior resistência aos cabos condutores, diversas ligas de alumínio têm sido desenvolvidas. Esses condutores são designados AAAC – *All Aluminum Alloy Stranded Conductor*. Versões recentes dessas ligas utilizam magnésio como o principal elemento. Entretanto, o aumento que se alcança na resistência mecânica se dá em detrimento da condutividade elétrica.

Quando se deseja uma melhor razão resistência-peso, adiciona-se uma alma de liga de alumínio ao cabo AAC, para criar o tipo ACAR – *Aluminum Conductor Alloy Reinforced* –, embora isso seja feito mais comumente com fios de aço, que oferecem maior relação resistência-peso que as ligas de alumínio. Condutores de alumínio com alma de aço são ditos ACSR – *Aluminum Conductor Steel Reinforced* – e são os mais utilizados em linhas aéreas de transmissão de energia.

2.3.1 Propriedades mecânicas do condutor

É bastante conhecido o fato de que vibração eólica leva à fadiga do condutor. O mecanismo da fadiga em condutores vibrantes é um complicado fenômeno de abrasão entre fios do cabo, conhecido por *fretting*. Falhas por fadiga frequentemente ocorrem na vizinhança do último ponto de contato do condutor com o grampo de suspensão, como ilustra a Figura 2.10 a seguir.



Figura 2.10. Fadiga por *fretting* em cabo condutor, na região do grampo de suspensão (HORTÊNCIO, 2009).

A rigidez à flexão de uma secção transversal é quantificada pelo produto do módulo de elasticidade do material da secção e o momento de inércia da secção em relação a um dado eixo.

Aplicando-se esta regra a um condutor, a rigidez à flexão é a soma das contribuições individuais de cada fio, ou seja:

$$EI_C = \sum (E_i I_i), \quad (25)$$

onde EI_C é a rigidez à flexão do condutor, E_i e I_i são, respectivamente, o módulo de elasticidade (Módulo de Young) do material e o momento de inércia do fio i .

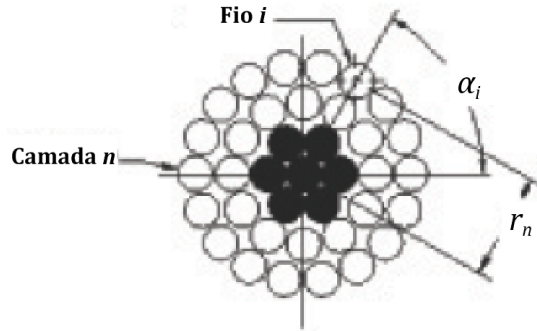


Figura 2.11. Secção transversal do condutor, com parâmetros para cálculo da rigidez à flexão (EPRI, 2006).

O momento de inércia I_i , em relação à linha neutra do condutor, para cada fio – segundo o teorema dos eixos paralelos – é dado por:

$$I_i = I_{oi} + A_i d_i^2, \quad (26)$$

onde I_{oi} é o momento de inércia do fio i em relação ao seu próprio eixo, A_i é a área da secção transversal do fio i e d_i é a distância da linha neutra do fio à linha neutra do condutor. Conforme a Figura 2.11, d_i é definido como:

$$d_i = r_n \sin \alpha_i. \quad (27)$$

Logo, substituindo-se as Equações (26) e (27) na Eq. (25), obtém-se:

$$EI_C = \sum E_i (I_{oi} + A_i r_n^2 \sin^2 \alpha_i) = EI_{máx}. \quad (28)$$

O método utilizado na obtenção da Eq. (28) assume que todos os fios agem em conjunto, como um sólido. O valor da rigidez assim calculado é a máxima rigidez à flexão do condutor.

Outro valor teórico para EI_C assume que todos os fios agem de modo independente uns dos outros e, portanto, ignora o fator $r_n \sin \alpha_i$ na Eq. (28), isto é,

$$EI_C = \sum E_i I_{oi} = EI_{mín}. \quad (29)$$

Esse é o valor mínimo para a rigidez à flexão do cabo. Para condutores multicamadas de fios cilíndricos:

$$EI_{mín} = n_a E_a \frac{\pi d_a^4}{64} + n_s E_s \frac{\pi d_s^4}{64}, \quad (30)$$

em que n_a , E_a e d_a representam, respectivamente, o número, o módulo de elasticidade do material de que são feitos os fios e o diâmetro dos fios das camadas mais externas; enquanto que n_s , E_s e d_s representam as mesmas quantidades para os fios da alma do condutor (FADEL, 2010). Para cabos condutores do tipo ACSR, os subscritos a e s representam, respectivamente, alumínio e aço (*steel*).

Qualitativamente, quando um condutor é fletido, o movimento de seus fios é suprimido pelo atrito existente entre eles, principalmente entre fios de camadas adjacentes.

2.3.2 Fórmula de Poffenberger-Swart (P-S)

Por conta da complexidade envolvida no processo de flexão dum condutor sob tensão, Poffenberger e Swart desenvolveram, em 1965, um modelo simplificado que, desde então, tem sido largamente utilizado para o cálculo de deformação em condutores. Assim se determinam, por exemplo, os limites de resistência à fadiga (curvas de Wöhler, S/N) (CIGRÉ WG 22.04, 1979) *apud* EPRI (2006).

A abordagem de P-S assume que o condutor vibrante, na região do grampo de suspensão (onde se medem as amplitudes de flexão), atua como uma viga de Euler engastada sob tensão, com uma deflexão imposta na ponta livre. Supõe-se que a rigidez à flexão da condutor seja a soma das rigidezes dos fios individuais – dada pela Eq. (29) –, os quais são considerados paralelos entre si, e com a hipótese de não haver atrito entre fios.

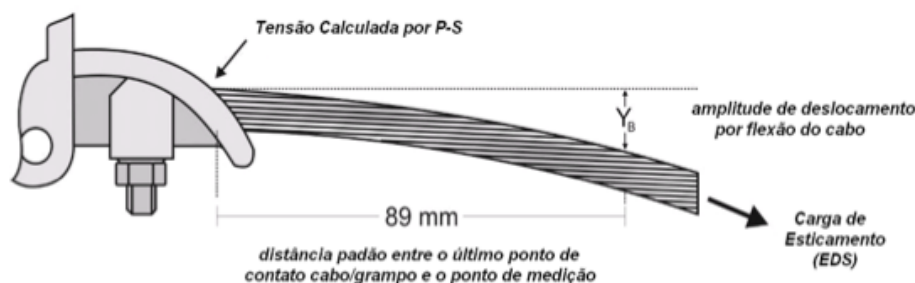


Figura 2.12. Montagem cabo-grampo de suspensão (FADEL, 2010).

Para o cálculo da curva de flexão do condutor próxima ao grampo de suspensão e das tensões resultantes nos fios da camada mais externa, utiliza-se a teoria clássica de vigas. Assume-se também que a camada mais externa de fios do cabo condutor é fletida em torno de sua linha neutra, a qual intercepta seu centro de gravidade.

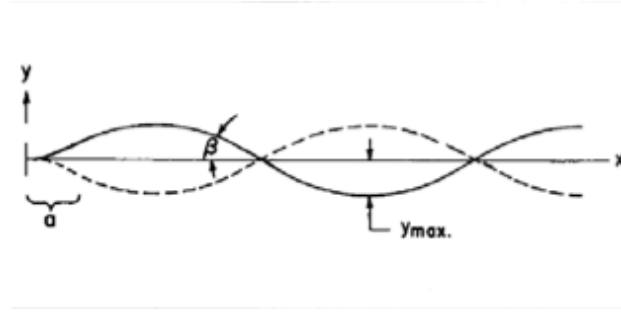


Figura 2.13. Onda estacionária, com grampo fixo à esquerda do trecho a do cabo condutor (EPRI, 2005).

Conforme a teoria clássica de vigas supracitada e ilustrações nas Figura 2.13 e Figura 2.15, a curvatura do condutor é dada por (EPRI, 2005):

$$\frac{d^2 y_t}{dx^2} = \frac{M}{EI},$$

em que y_t mede o desvio do condutor em relação à onda senoidal, M é o momento fletor local e EI , a rigidez à flexão do cabo condutor.

Mas o momento na região do grampo de suspensão tem a forma $M = \tau y_t$, onde τ é a tensão de esticamento, considerada constante ao longo do condutor. Logo,

$$\frac{d^2 y_t}{dx^2} = \frac{\tau}{EI} y_t. \quad (31)$$

Integrando-se a Eq. (31) acima, obtém-se $y_t = Ae^{\pm px} + C_1 x + C_2$, onde $p = \sqrt{\frac{\tau}{EI}}$ e A , C_1 e C_2 são constantes de integração a serem determinadas segundo as condições iniciais. Como $y_t \rightarrow 0$ para $x \rightarrow \infty$,

$$y_t = Ae^{-px} \quad (32)$$

é a solução para a Eq. (31) (EPRI, 2005).

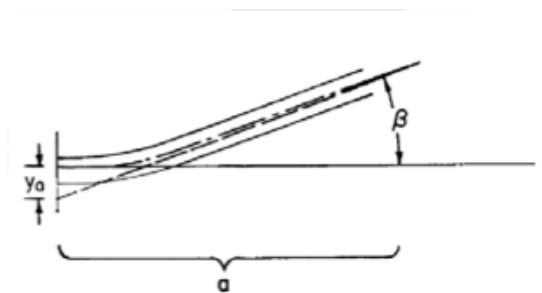


Figura 2.14. Ampliação do trecho a da Figura 2.13 (EPRI, 2005).

Derivando-se a Eq. (32) e ignorando-se o sinal negativo, obtém-se a inclinação do condutor em relação à linha de ação da tensão:

$$\frac{dy_t}{dx} = pAe^{-px}.$$

No ponto $x = 0$,

$$\left(\frac{dy_t}{dx}\right)_{x=0} = pA = \beta. \quad (33)$$

O ângulo β pode ser determinado a partir da frequência e da amplitude de movimento do vão (EPRI, 2005). Para a onda estacionária, a amplitude y em qualquer ponto do vão longe da região a é dada por:

$$y = y_{m\acute{a}x} \sin \frac{\omega}{c}(x - x_0), \quad (34)$$

em que $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular, $c = \sqrt{\frac{\tau}{m_L}}$ é a velocidade de propagação da onda no condutor, e x_0 é a distância do grampo ao ponto onde a linha de ação da tensão, τ , intercepta o eixo x . O ângulo β é igual ao máximo valor que a velocidade assume (EPRI, 2005):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\omega}{c} y_{m\acute{a}x} = \frac{2\pi f}{\sqrt{\frac{\tau}{m_L}}} y_{m\acute{a}x} = \beta. \quad (35)$$

Assim, a curvatura do condutor na região do grampo de suspensão torna-se:

$$\left(\frac{d^2y_t}{dx^2}\right)_{x=0} = p\beta = \sqrt{\frac{\tau}{EI}} \frac{2\pi f}{\sqrt{\frac{\tau}{m_L}}} y_{m\acute{a}x} = 2\pi \sqrt{\frac{m_L}{EI}} f y_{m\acute{a}x}, \quad (36)$$

e o momento nessa região é:

$$M_0 = EI \left(\frac{d^2y_t}{dx^2}\right)_{x=0} = 2\pi \sqrt{m_L EI} f y_{m\acute{a}x}. \quad (37)$$

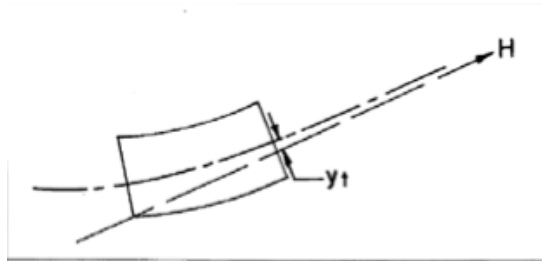


Figura 2.15. Desvio (y_t) do condutor em relação à onda senoidal, conforme o cabo se aproxima do grampo (EPRI, 2005).

É interessante que se note, na Eq. (37), que o momento M_0 independe da tensão τ . Isso acontece porque, referindo-se à Figura 2.15, $M_0 = \tau y_a$, mas quanto maior a tensão, maior a curvatura do

condutor a partir do grampo, e menor o valor de a . Na verdade, eles variam em proporção inversa e seus efeitos sobre M_0 cancelam-se (EPRI, 2005).

Tanto a curvatura quanto o momento na região do grampo de suspensão podem ser calculados com base em uma outra amplitude. Se for medida na região a da Figura 2.14, o cálculo é particularmente simples. Pode ser visto nas Figura 2.13 e Figura 2.14, que se a inclinação do condutor assume um ângulo pequeno β , $y = -y_a + \beta x + y_t$ (EPRI, 2005). Mas, pela Eq. (33), $\beta = pA$ e $y_a = A$, daí:

$$y = -A + pAx + Ae^{-px},$$

ou simplesmente,

$$A = \frac{y}{e^{-px} - 1 + px}.$$

Assim,

$$\left(\frac{d^2 y_t}{dx^2} \right)_{x=0} = p^2 A = \frac{p^2 y}{e^{-px} - 1 + px}. \quad (38)$$

Deve-se a ISAACHSEN (1907) *apud* EPRI (2005) o método utilizado nas linhas acima para o cálculo de $y_t = y_t(x)$. Mas foi J. C. POFFENBERGER & R. L. SWART (1965) *apud* EPRI (2005) que publicaram pela primeira vez a Eq. (38), que é conhecida como Fórmula de Poffenberger-Swart.

A Figura 2.12 no início desta seção mostra o padrão para a medição da amplitude y (zero-a-pico), que é em $x = 89 \text{ mm}$ (3,5 in) (IEEE, 1966 *apud* EPRI, 2005) e, quando medida nessa posição, seu valor pico-a-pico é dito “amplitude de flexão”, Y_b . ($Y_b = 2y$).

Pode-se estimar a deformação dinâmica, na região do grampo, multiplicando-se a curvatura dinâmica pela distância da linha neutra à fibra mais externa do condutor. Normalmente, assume-se o valor $d_a/2$ para essa distância, onde d_a é o diâmetro do fio na camada mais externa (EPRI, 2005). Da relação existente entre tensão e deformação – i.e., $\sigma = E\varepsilon$, em que ε denota a deformação – obtém-se:

$$\sigma_a = \frac{d_a}{2} E_a \left(\frac{d^2 y_t}{dx^2} \right)_{x=0}, \quad (39)$$

onde σ_a designa a tensão alternada na região do grampo de suspensão e E_a , o módulo de elasticidade do material da camada mais externa do condutor.

Substituindo-se os valores para a curvatura dinâmica dados pelas Equações (36) e (38) na Eq. (39), obtém-se, respectivamente:

$$\sigma_a = \pi d_a E_a \sqrt{\frac{m_L}{EI}} f y_{m\acute{a}x} \quad (40)$$

e

$$\sigma_a = \frac{1}{4} \frac{d_a E_a p^2}{e^{-px} - 1 + px} Y_b. \quad (41)$$

Intuitivamente, espera-se que os fios do condutor permaneçam unidos em pequenas amplitudes de vibração. Consequentemente, o condutor se comportaria como uma viga sólida, respondendo à carga de flexão com sua máxima rigidez à flexão. Teoricamente, isso levaria a tensões substancialmente maiores, para pequenas vibrações, do que aquelas previstas pela equação de P-S. Com o aumento da amplitude de vibração, mais e mais fios escorregam entre si e a rigidez à flexão do condutor se aproxima de EI_{\min} . Nesse caso, as Equações (40) e (41) tornam-se uma boas aproximações para a tensão nos fios da camada mais externa do cabo condutor.

A Figura 2.16 apresenta dados experimentais de deformação, medida na região do grampo de suspensão, e valores calculados segundo a fórmula de P-S, Eq. (38).

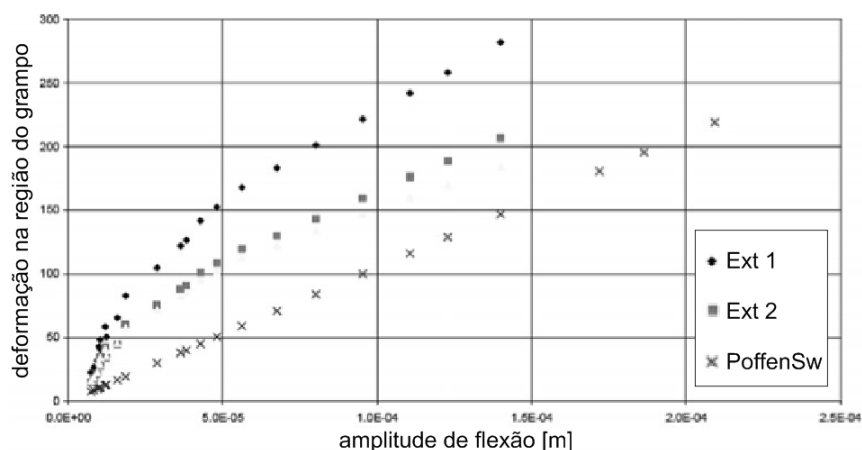


Figura 2.16. Deformação em função da amplitude: comparação entre deformação medida na região do grampo de suspensão e deformação calculada pela fórmula de P-S (cabo Drake a 20% da carga de ruptura) (EPRI, 2006).

Para cabos condutores multicamadas ACSR, considera-se que a tensão dinâmica tende ao limite de resistência à fadiga, o que assinala um valor elevado de número de ciclos até a ruptura, garantindo-se assim vida longa ao cabo. A Tabela 2.1 abaixo apresenta os limites de resistência de acordo com o número de camadas de fios de alumínio do cabo. Esses limites são recomendados para condutores com ligas A1 1350 ou 5005, enquanto que para ligas 6201, ou similares, um limite de 5,7 MPa é recomendado (DOOCY, 1979 *apud* FADEL, 2010).

Tabela 2.1. Limites de resistência à fadiga para cabos ACSR.

Nº de camadas de fios de alumínio do cabo	Limite de resistência (MPa)
1	22,5
>1	8,5

2.3.3 Autoamortecimento do condutor

O autoamortecimento do condutor descreve uma característica física que define sua capacidade de dissipar energia enquanto vibra. Em condutores convencionais a energia é dissipada devido a causas estruturais – i.e., micro-deslizamento friccional em uma infinidade de pequenos contatos entre fios sobrepostos, conforme o condutor assume a forma da onda vibrante.

Essa característica é importante, por governar a resposta de condutores não-amortecidos à excitação induzida por vórtice (vibração eólica) sobre muitas frequências do intervalo de interesse. Determina, portanto, o intervalo de frequências em que se faz necessário o uso de dispositivos amortecedores.

Métodos para a medição do autoamortecimento de condutores em flexão foram especificados na norma 563-1978 da IEEE: “Guia em medições do autoamortecimento de condutores” (IEEE *apud* EPRI, 2006), que é quase idêntico ao da CIGRÉ (1979) *apud* EPRI (2006). De certo modo, todo condutor é capaz de dissipar uma porção da energia recebida dos ventos. Um único fio possui uma pequena quantidade de autoamortecimento na forma de amortecimento do material, o qual existe em nível atômico, como dissipação por atrito. Esse tipo de atrito é normalmente bem pequeno.

Em condutores de fios enrolados, o amortecimento é consideravelmente maior, desde que as perdas induzidas pelo movimento relativo entre camadas de fios sejam adicionadas ao amortecimento do material.

O autoamortecimento de condutores é não-linear. De fato, obtém-se uma curva ao traçar-se o gráfico da potência dissipada em função da amplitude de vibração. Traçadas em papel log-log, tais curvas reduzem-se a retas, para frequências dadas, conforme gráfico da Figura 2.17 abaixo.

Se forem feitos testes em várias frequências para um condutor particular submetido a uma carga de esticamento fixa, obtém-se uma série de retas paralelas, cada uma representando o resultado de uma frequência particular – ver Figura 2.17.

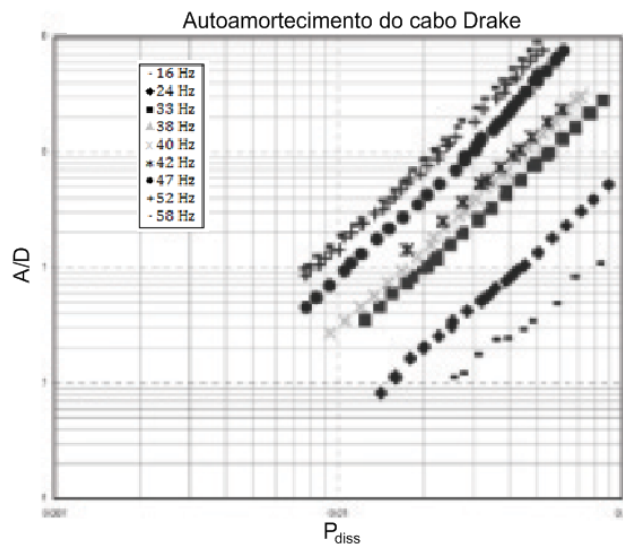


Figura 2.17. Log da Amplitude relativa em função do log potência dissipada por unidade de comprimento do condutor (cabo Drake a 20% da carga de ruptura) (EPRI, 2006).

Como pode ser prontamente observado na Figura 2.18 a seguir, um acréscimo na carga de esticamento provoca uma redução no autoamortecimento, e um consequente aumento na amplitude de vibração – sobretudo para altas frequências, onde a diferença no autoamortecimento para diferentes tensões é pronunciada.

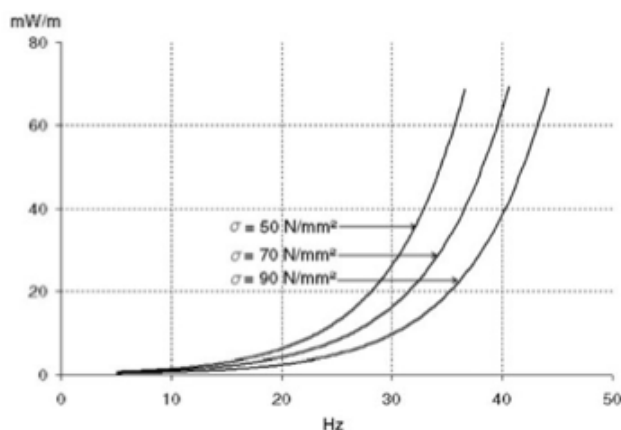


Figura 2.18. Autoamortecimento do condutor ACSR 564/72 a várias frequências e tensões de esticamento (KIESSLING et al., 2003 *apud* EPRI, 2006).

É importante que se note: os níveis de vibração seriam diferentes se outros materiais de resistências diferentes substituíssem o alumínio ou o aço do cabo ACSR 564/72, representado na Figura 2.18.

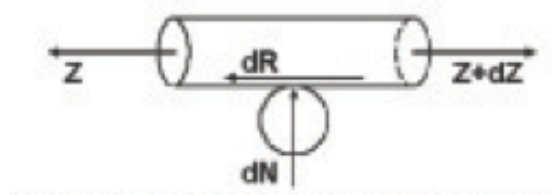


Figura 2.19. Equilíbrio de forças em um elemento diferencial de fio.

A energia é dissipada através da fricção devido ao movimento relativo entre fios de um condutor vibrante (ver Figura 2.19). Geralmente mede-se o autoamortecimento de cabos em vãos submetidos a testes em laboratórios, conforme ilustra a Figura 2.20.

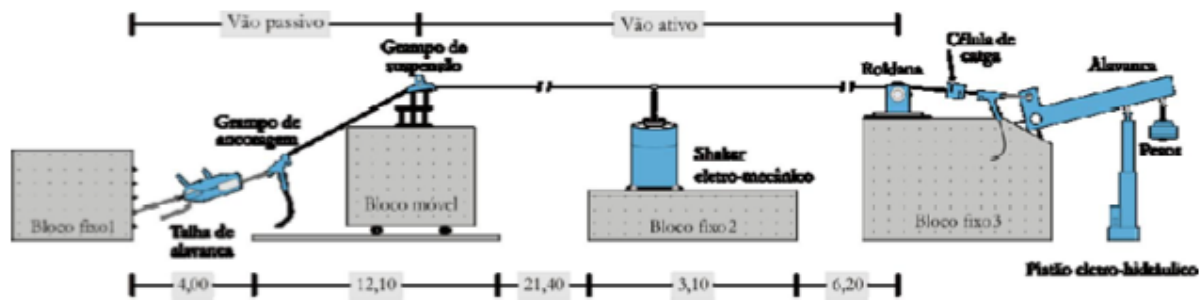


Figura 2.20. Arranjo típico do vão de laboratório para aquisição de dados do amortecimento de cabos condutores (FADEL, 2010).

O vão de teste compreende dois blocos pesados, distantes um do outro de 30 a 90 metros, entre os quais o condutor é submetido à tensão requerida. A seguir, excita-se o cabo condutor em uma sequência de frequências de ressonância a uma amplitude controlada de vibração, por meio de um shaker eletromagnético (IEEE *apud* EPRI, 2006).

Há essencialmente dois métodos para medir-se o autoamortecimento de cabos: o Método da Potência (MP) e o Método da Razão Inversa de Onda Estacionária (MRIOE). Tais métodos são extensivamente descritos em IEEE (1978) e CIGRÉ (1979a) *apud* EPRI (2006), e apenas um breve resumo do primeiro é feito a seguir.

MP: O cabo é tracionado no comprimento de vão experimental e é submetido à vibração em uma de suas frequências naturais, com amplitude e frequência ambas controladas por meio de um shaker.

Quando alcança-se uma condição estacionária, a energia introduzida pelo shaker iguala-se à energia dissipada pelo vão em um ciclo de vibração. A energia introduzida no cabo – e largamente dissipada por seu mecanismo de autoamortecimento – é calculada pela medição da força, F , desenvolvida entre o cabo e o shaker, e o deslocamento do ponto de aplicação desta, μ_F . O resultado é dado então pela fórmula:

$$E_{in} = E = \pi F \mu_F \sin \phi, \quad (42)$$

onde ϕ é a fase entre F e μ_F .

A potência dissipada por unidade de comprimento, P , é dada por $P = E \frac{f}{L}$, onde f é a frequência natural excitada e L , o comprimento do vão de laboratório. O coeficiente de amortecimento ζ pode então ser obtido dividindo-se a energia dissipada pela máxima energia cinética do cabo, $E_{k_{m\acute{a}x}}$, através da relação:

$$\zeta = \frac{1}{4\pi} \frac{E}{E_{k_{m\acute{a}x}}}, \quad (43)$$

em que

$$E_{k_{m\acute{a}x}} = \frac{1}{4} m_L L \omega^2 A^2. \quad (44)$$

2.3.4 O teste de decaimento

Aplicação do teste de decaimento a linhas de transmissão é um método simples para avaliar o autoamortecimento em vãos de laboratório (HARD & HOLBEN, 1967 *apud* EPRI, 2006). O método, se devidamente empregado, pode dar uma primeira aproximação do valor do autoamortecimento em todas as amplitudes (Diana *et al.*, 1986 *apud* EPRI, 2006). Impõe-se vibração ao cabo em uma de suas frequências naturais e então suspende-se a excitação. A taxa de decaimento é função das perdas do sistema.

Se um sistema com baixo amortecimento – $\zeta \ll 1$ – é excitado e deixado em vibração livre, sua resposta transiente é semelhante àquela da Figura 2.21.

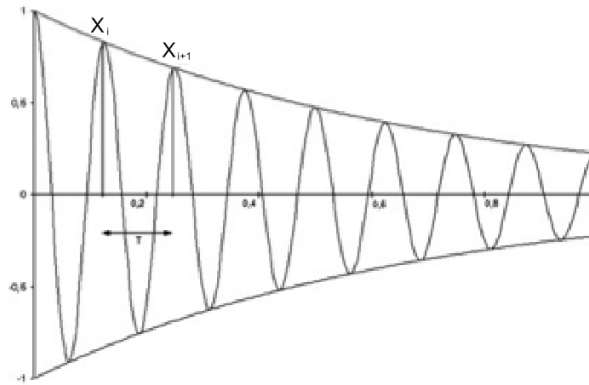


Figura 2.21. Decaimento.

Considerando-se dois picos sucessivos separados por um período, mostrados na Figura 2.21 acima, o decremento logarítmico toma a forma:

$$\delta = \ln \left(\frac{X_i}{X_{i+1}} \right) = \ln \left\{ \frac{e^{-\zeta \omega_n t} X \sin(\omega t + \phi)}{e^{-\zeta \omega_n (t+T)} X \sin[\omega(t+T) + \phi]} \right\}, \quad (45)$$

em que T é o período, X_i e X_{i+1} são números complexos cujo módulo é X e denotam amplitudes sucessivas de vibração.

Expandindo-se o seno do arco duplo, obtém-se:

$$\sin[\omega(t+T) + \phi] = \sin(\omega t + \phi) \cos \omega T + \sin \omega T \cos(\omega t + \phi). \quad (46)$$

Substituindo o resultado da Equação (46) na Eq. (45),

$$\delta = \ln e^{\zeta \omega_n T} = \zeta \omega_n T.$$

Então, supondo $\zeta \ll 1$ (zeta muito menor que 1), e usando o fato de que $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

$$\delta = 2\pi\zeta. \quad (47)$$

2.3.5 Resultados de medição

A potência dissipada por unidade de comprimento do condutor, P/L , pode ser medida experimentalmente e os dados são expressos através de uma lei de potência. Eis uma dessas leis:

$$\frac{P}{L} = k \frac{A^l f^m}{\tau^n}, \quad (48)$$

em que P/L descreve a potência dissipada por unidade de comprimento, k é um fator de proporcionalidade a depender de características do condutor, A é a amplitude de vibração, f é a frequência de vibração e τ , a tensão no cabo, enquanto l , m e n são seus respectivos expoentes. Valendo-se da regra empírica acima, o autoamortecimento determinado nos curtos vãos de laboratório pode ser extrapolado para vãos reais.

Valores para os expoentes da Eq. (48) estão na Tabela 2.2.

Tabela 2.2. Parâmetros empíricos de autoamortecimento do condutor (EPRI, 2006).

Investigações	l	m	n	Método	Cond. Ext.	Comp. vão (m)	Nº cab. × tensão
Tompkins et al. (1956)	2,5	5,5	1,9	MRIOE	NA	36	1 × 2
Claren & Diana (1969b)	2,0	4,0	2,3	MP	BP	46	3 × 3
Seppä (1971), Noiseux (1991)	2,5	5,8	2,8	MRIOE	NA	36	1 × 8
Rawlings (1983)	2,2	5,4		MRIOE	NA	36	1 × 1
Lab. A (CIGRÉ 22.01 1989)	2,0	4,0		MP	BP	46	1 × 1
Lab. B (CIGRÉ 22.01 1989)	2,3	5,2		MP	EA	30	1 × 1
Lab. C (CIGRÉ 22.01 1989)	2,4	5,5		MRIOE	NA	36	1 × 1
Kraus & Hagedorn (1991)	2,5	5,4	2,8	MP	EA	30	1 × ?
Noiseux (1991)	2,4	5,6	2,8	MRIOE	NA	63	7 × 4
Tavano (1988)	2,1	4,0		MP	BP	92	4 × 1
Möcks & Schmidt (1989)	2,5	5,4	2,4	MP	EA	30	16 × 3
Mech. Lab Politecnico di Milano (2000)	2,4	5,5	2,0	MRIOE	EA	46	4 × 2
MRIOE: Método da Razão Inversa de Onda Estacionária MP: Método da Potência NA: Não se Aplica BP: Bloco Pesado EA: Extremidade Articulada							

As normas IEEE (1978) e CIGRÉ (1979a) *apud* EPRI (2006) recomendam que os resultados de medição sejam apresentados em diagramas como aquele ilustrado na Figura 2.17, mostrando a potência dissipada por unidade de comprimento do condutor, como uma função da amplitude relativa, para cada frequência e carga de esticamento.

2.4 RESPOSTA DO SISTEMA

Conforme amplamente descrito em seções anteriores, o início da vibração eólica é definido pela correspondência entre a frequência de Strouhal e uma das frequências naturais do cabo condutor. Em outras palavras, dá-se a ressonância e o fenômeno da vibração eólica quando a frequência de desprendimento dos vórtices, emanados a partir do condutor, aproxima-se de um modo natural do sistema. Com o aumento da amplitude, gera-se um mecanismo auto-excitado de vibração, dito efeito de *lock-in*.

De acordo com o já introduzido PBE (CIGRÉ SC22 WG11 TF1 *apud* EPRI, 2006), as amplitudes máximas em regime permanente, para cada modo de vibração excitado, são o resultado dum balanço entre a energia introduzida pelos ventos e a energia dissipada pelo sistema.

Devido à variação dos ventos no tempo e ao longo do vão, mais de um modo de vibração – isto é, dois ou mais modos – podem ser excitados simultaneamente, gerando um padrão típico de batimento, como ilustra a amplitude de vibração medida em um condutor de uma linha de transmissão real da Figura 2.22. O fenômeno de batimento é bastante evidente. A frequência de batimento é função da diferença entre os dois harmônicos excitados.

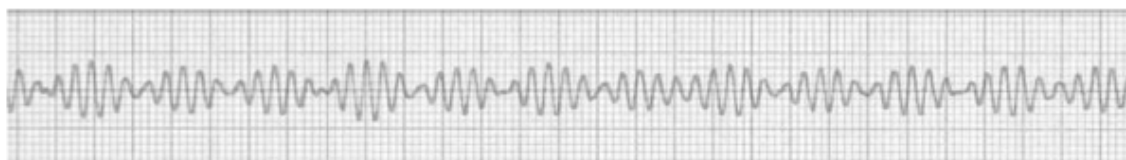


Figura 2.22. Exemplo de oscilograma resultante do processo vibratório de cabos condutores.

A severidade da vibração é caracterizada pela máxima amplitude encontrada na “história” do condutor, a qual pode estar relacionada à máxima deformação e amplitude de flexão, ambos registrados pelos “gravadores” de vibração eólica – comumente utilizados para aquisição de dados em campo. Essa máxima amplitude deve ser comparada às previsões teóricas.

Quando mais de uma frequência é excitada, o vão, de uma a outra extremidade, não pode mais ser representado por uma função senoidal, e não se observam os nós que caracterizam as vibrações estacionárias. Tal condição não pode ser reproduzida por métodos baseados no PBE, pois dever-se-iam contabilizar as variações descritas na Figura 2.23, no espaço e no tempo, para a energia introduzida pelo vento, e um modelo mais realista do desprendimento de vórtices deveria ser definido.

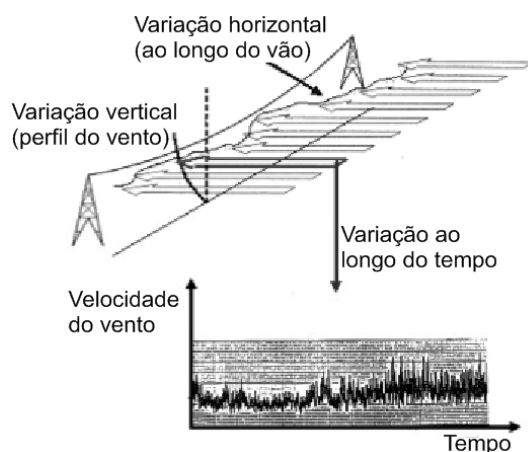


Figura 2.23. Variação da velocidade do vento no espaço e no tempo.

Modelos já consolidados para a simulação do comportamento de um condutor em vibração eólica são baseados no PBE, que considera um modo de vibração por vez. Os testes de laboratório permitem a avaliação dos parâmetros associados à energia dissipada pelo condutor e dispositivos amortecedores.

Entretanto, o problema relacionado à avaliação da energia introduzida pelos ventos é mais complicado: os testes feitos em túneis de vento para avaliar a energia máxima introduzida conforme são realizados em cilindros rígidos ou flexíveis, levam a diferentes resultados, como ilustra a Figura 2.4. As curvas que representam testes em cilindros flexíveis estão em RAWLINS (1983) e BRIKA & LANEVILLE (1995), enquanto as demais curvas representam testes feitos em cilindros rígidos (EPRI, 2006).

Estimar a máxima energia do vento baseada em testes feitos em cilindros rígidos representa uma escolha conservadora. Por outro lado, subestima-se a máxima energia do vento com base em testes feitos em cilindros flexíveis. No caso real, por conta do fenômeno de batimento, não há nós de vibração.

Funções empíricas da potência introduzida pelos ventos, por unidade de comprimento do condutor, baseadas em testes feitos em túnel de vento, são expressas na forma:

$$P_{in} = f^3 D^4 \psi \left(\frac{A}{D} \right), \quad (49)$$

onde a função $\psi(A/D)$ é aquela da Eq. (3), ordenada no gráfico da Figura 2.4 e cujos valores experimentais figuram na

Tabela 2.3 abaixo.

Tabela 2.3. Valores numéricos da Figura 2.4 (EPRI, 2006).

A/D	[W·m ⁻¹]/m ⁴ Hz ³]							
	BATE (1930)	BRIKA & LANEVILLE (1995)	CARROL (1936)	DIANA & FALCO (1971)	FARQUHARSON & MC HUGH (1956)	PON et al. (1989)	RAWLINS (1958)	RAWLINS (1983)
0.01		0.03			0.02	0.04		
0.03		0.17	0.11	0.23	0.11	0.20	0.18	0.18
0.06	0.65	0.49	0.40	0.70	0.40	0.60	0.50	0.60
0.10	1.60	1.10	0.85	1.80	0.84	1.50	1.20	1.60
0.20	3.90	3.20		5.00		3.00	3.20	4.00
0.30		5.50		9.00		4.50		6.50
0.40		6.00		14.00				9.00
0.50				18.00				10.10
0.60				20.00				10.70
0.70				21.00				10.80
0.80				20.00				

Para efeitos de implementação computacional, é útil a aproximação das curvas dadas na Figura 2.4 através de polinômios. Nesse sentido, a curva obtida por DIANA & FALCO (1971) *apud* EPRI (2006) é aproximada por:

$$\psi\left(\frac{A}{D}\right) = \sum_{i=1}^8 b_i \left(\frac{A}{D}\right)^i, \quad (50)$$

onde os coeficientes b_i , para $i \in \{1, \dots, 8\}$, são os que aparecem na Tabela 2.4 a seguir.

Tabela 2.4. Aproximação polinomial de curva obtida por Diana e Falco (1971), Figura 2.4.

Coeficiente	ψ
b_1	3,12858
b_2	208,972
b_3	-1048,68829
b_4	3894,56424
b_5	-8396,67235
b_6	9919,9573
b_7	-6137,30905
b_8	1573,9704

Segundo o PBE, a amplitude permanente de vibração, para cada uma das frequências naturais do sistema, será tal que

$$P_{in} = \frac{P}{L}. \quad (51)$$

Diz-se que a vibração eólica está controlada se o amortecimento do sistema, definido como a energia dissipada pelo condutor e dispositivos amortecedores, para todos os modos de vibração, é grande o suficiente para limitar a amplitude de vibração em níveis aceitáveis.

Em outras áreas da engenharia, como a das vibrações induzidas por vórtice em cabos de sustentação de pontes – ditas estaiadas – e outras estruturas, o nível da vibração é identificado por meio do Número de Scruton.

Uma vez definido o Sc , isto é, uma vez identificado o sistema em termos do amortecimento (na forma do δ), a amplitude de vibração pode ser facilmente aferida no gráfico da Figura 2.24 abaixo.

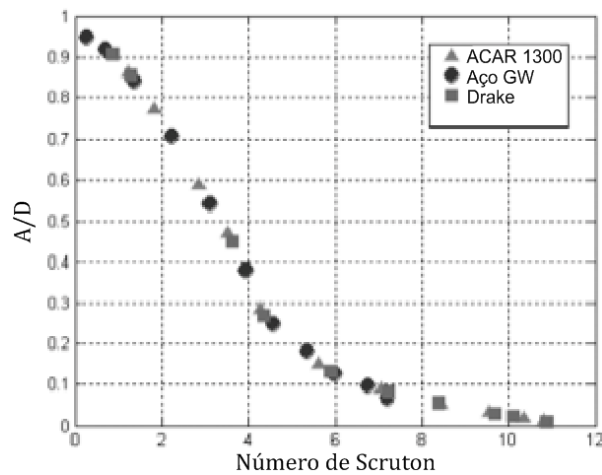


Figura 2.24. Relação entre o Número de Scruton e a amplitude de vibração.

2.4.1 Comportamento mecânico de condutores

Usualmente, um condutor é modelado como uma corda esticada. Na Seção 2.2 modelou-se o condutor como uma corda flexível submetida a uma tensão constante ao longo de seu comprimento e, assim, suas frequências naturais puderam ser avaliadas através da expressão:

$$f_n = \frac{n}{2L} c, \quad (52)$$

onde $c = \sqrt{\frac{\tau}{m_L}}$ é a velocidade de propagação de uma perturbação traduzida em flexão ao longo da corda – eis o sentido físico anunciado na Seção 2.2.1; L é o comprimento do vão, $\lambda_n = \frac{n}{2L}$ é o comprimento de onda do n -ésimo modo, τ é a carga de esticamento imposta ao condutor e m_L , sua densidade linear.

Como exemplo ilustrativo (EPRI, 1979), para um comprimento de vão de 366 m de um condutor ACSR Drake tracionado a 28024 N (aproximadamente 20% da carga de ruptura), os seguintes valores são obtidos: $L = 366 \text{ m}$, $m_L = 1,628 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$, $\tau = 28024 \text{ N}$ e $c = \sqrt{\frac{\tau}{m_L}} = \sqrt{\frac{28024 \text{ N}}{1,628 \text{ kg/m}}} \cong 131,8 \text{ m/s}$.

Donde vem que, $f_n = n \frac{c}{2L} = n \frac{131,2 \text{ m/s}}{2 \times 366 \text{ m}} \cong 0,179 n \text{ (Hz)}$, onde $n \in \mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

Assim, $f_1 = 0,179 \text{ Hz}$, $f_2 = 0,358 \text{ Hz}$, ..., $f_{10} = 1,72 \text{ Hz}$, ..., $f_{20} = 5,012 \text{ Hz}$, ..., $f_{168} = 30,07 \text{ Hz}$.

Considerando-se um vento de velocidade $U = 0,75 \text{ m/s}$ – tido como a mais baixa velocidade em que vibração eólica ocorre –, a frequência de desprendimento de vórtices, de acordo com a fórmula de Strouhal, é: $f_{st} = 0,185 \frac{U}{D} = 0,185 \frac{0,75 \text{ m/s}}{0,028 \text{ m}} \cong 5 \text{ Hz}$, que corresponde à frequência do 28º modo de vibração. Com um vento de velocidade em torno de 3 m/s, obter-se-ia uma frequência aproximada de 20 Hz.

É óbvio que vibração eólica excita os mais altos modos de vibração do cabo, não os mais baixos, que são excitados no galope do condutor.

Na prática um condutor real não é bem uma corda (flexível) porque possui certa rigidez à flexão, EI . Nesse caso, um modelo mais realista para um condutor seria o de uma viga submetida à tração. Então, as frequências naturais de vibração são calculadas segundo a Eq. (64) abaixo (MORSE, 1948; CLAREN & DIANA, 1969a) *apud* (EPRI, 2006):

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{\tau}{m_L} \left[1 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI}{\tau}\right]}. \quad (53)$$

Valendo-se da norma da CIGRÉ (WG, B2.11. TF1, 2005a) *apud* EPRI (2006), para a correta avaliação das frequências naturais do condutor e determinação da deformação, a quantidade $EI_{m\acute{a}x}$ é adequada, desde que se utilize um coeficiente de redução, cujo valor é geralmente 0,5.

Ademais, a configuração estática dum condutor é representada por uma catenária, e a tensão não é constante ao longo do vão. Isto faz que a frequência e forma do primeiro modo de vibração sejam diferentes daqueles ilustrados na Figura 2.25 (DIANA *et al.*, 1999 *apud* EPRI, 2006). Entretanto, vibração eólica não excita o primeiro modo do condutor, e, portanto, isto é irrelevante.

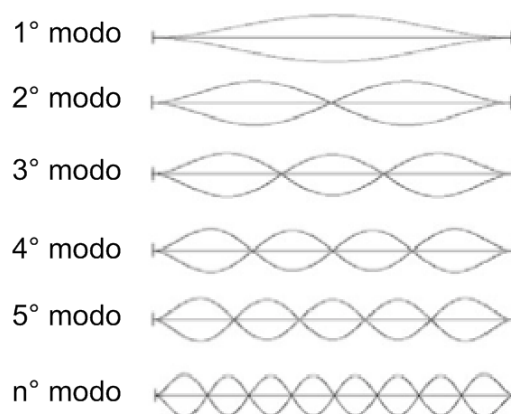


Figura 2.25. Modos de vibração duma viga de Euler com extremidades fixas.

O exemplo a seguir, feito com o cabo Drake, demonstra que se comete um erro pequeno ao se aproximar o cabo condutor duma corda flexível para o cálculo de suas frequências naturais.

Tomando-se $EI_{m\acute{a}x} = 1600 \text{ Nm}^2$, $EI = 0,5 \times 1600 = 800 \text{ Nm}^2$. Para um comprimento de vão $L = 366 \text{ m}$ e $n = 168$ (168º modo), o comprimento de onda é $\lambda_{168} = \frac{2 \times 366}{168} = 4,36 \text{ m}$.

Com $\tau = 28024 \text{ N}$ e sendo $m_L = 1,628 \text{ kg/m}$, a velocidade de propagação $c = 131,2 \text{ m/s}$ e, portanto, $f_{168} = \frac{1}{4,36} 131,2 \cong 30,07 \text{ Hz}$, obtida pelo modelo de corda flexível.

Considerando-se a rigidez à flexão, EI , a frequência natural é então obtida da Eq. (53). Extraíndo-se a raiz do termo ao quadrado desta equação e, notando-se que $\lambda_n = n/2L$, obtém-se:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \right) \sqrt{\frac{\tau}{m_L} \left[1 + \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \frac{EI}{\tau} \right]} = \frac{1}{\lambda_n} \sqrt{\frac{\tau}{m_L} \left[1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \right)^2 \frac{EI}{\tau} \right]}. \quad (54)$$

Fazendo-se $n = 168$ na Equação (54) acima, vem que

$f_{168} = (30,07 \text{ m/s}) \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{4,36 \text{ m}} \right)^2 \frac{800 \text{ Nm}^2}{28024 \text{ N}}} \cong 30,95 \text{ Hz}$, o que representa um acréscimo em torno de 3% em relação ao valor calculado desconsiderando-se a rigidez à flexão, EI .

Considerando-se uma maior rigidez, por exemplo $EI = 1200 \text{ Nm}^2$, a frequência correspondente ao comprimento de onda de 4,36 m – isto é, o 168º modo – seria 31,38 Hz, com um acréscimo de 3,4%.

Vê-se assim que o efeito da rigidez não é relevante para avaliarem-se as frequências naturais do condutor.

Uma alternativa, e uma abordagem mais utilizada, à determinação da amplitude de vibrações eólicas consiste da aplicação do Princípio do Balanço de Energia.

2.4.2 O Princípio do Balanço de Energia (PBE)

Esta abordagem permite estimar um limite superior para os movimentos vibratórios esperados. Com base neste princípio, a amplitude de oscilação do condutor em vibração eólica é tal que a energia dissipada pelo condutor, e outros dispositivos utilizados ao seu suporte e proteção, E , iguala-se à energia introduzida pelo vento, E_{in} . Em linguagem matemática, o PBE estabelece que:

$$E = E_{in}. \quad (55)$$

Os modos naturais de vibração dum cabo podem ser excitados pelo vento quando a frequência de desprendimento de vórtices aproxima-se de suas respectivas frequências naturais. No entanto, como observado no início desta Seção 2.4 ilustrado pela Figura 2.23, a variação da velocidade do vento, no espaço e no tempo, é tal que mais de um modo de vibração podem ser excitados simultaneamente; e, assim, a amplitude de vibração exibe o conhecido padrão de batimento ao longo do vão, visto na Figura 2.22.

Uma vez iniciado, o fenômeno da vibração eólica é autossustentado em virtude do efeito de *lock-in*.

A presença de mais de um modo de vibração causa o desaparecimento dos nós, e o fenômeno torna-se instável e bastante complexo. Isso dificulta a utilização da máxima energia dos ventos, aferida a partir de medições em túneis de vento, com cilindros rígidos ou flexíveis, capazes de mover-se ou vibrar segundo uma função harmônica, respectivamente, na solução do problema.

O fenômeno não é de fácil reprodução analítica, e o que geralmente se faz é aplicar uma abordagem do Princípio do Balanço de Energia. O PBE atua no domínio da frequência, e, em sua forma mais simples, um modo de vibração é considerado por vez. As soluções em regime permanente correspondem à máxima amplitude de vibração que pode ser excitada naquele condutor àquela frequência.

O balanço entre a auto-dissipação no condutor e a potência introduzida pelo vento para se obterem as amplitudes de vibração, basicamente requer que seja determinada a intersecção das curvas de potência do vento e da dissipação do condutor. Uma solução gráfica é mostrada na Figura 2.26 a seguir.

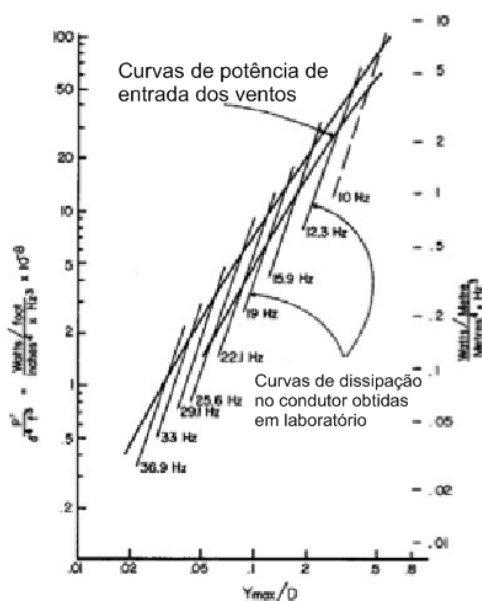


Figura 2.26. Amplitude de vibração predita em várias frequências do condutor através da intersecção das curvas de potência e autodissipação do condutor (os valores a 10 Hz são extrapolados) (EPRI, 1979).

A Figura 2.27 ilustra os mesmos dados em uma forma diferente.

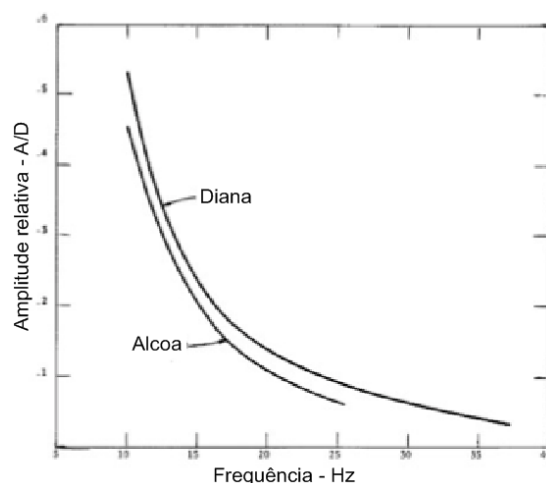


Figura 2.27. Vibração e amplitudes previstas e indicadas pela Fig. 2.19 (EPRI, 1979).

Pode-se substituir o procedimento gráfico ilustrado nas Figura 2.26 e Figura 2.27, feito com as curvas de potência dos ventos, devidas a DIANA & FALCO (cilindros rígidos) e ROWLINS (1958) (cilindros rígidos) *apud* EPRI (2006), por uma avaliação automática feita em *software* baseado no PBE.

Cada aplicação da tecnologia do PBE contém uma curva da energia de entrada entre aquelas da Figura 2.4 – ou uma expressão analítica como a da Eq. (50) – e uma relação empírica para o auto-amortecimento do condutor, como aquela da Eq. (48) com parâmetros mostrados na Tabela 2.2.

Como um exemplo, o caso do cabo Drake é resolvido. As máximas amplitudes de vibração (valores de zero-a-pico) e deformações relevantes nas extremidades próximas aos grampos de suspensão são mostradas na Figura 2.28, em função da frequência.

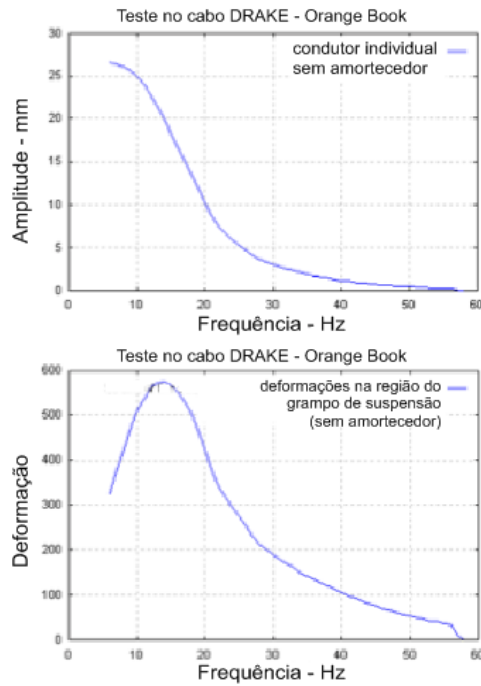


Figura 2.28. Aplicação da tecnologia PBE: Resposta do condutor Drake a vibrações eólicas: máximas amplitudes de vibração (zero-a-pico) e deformações na região do grampo de suspensão (zero-a-pico), em função da frequência.

Como acontece com todas as ferramentas analíticas, o *software* baseado no PBE também pode ser utilizado para que se proporcione uma análise sensível – i.e., avaliar-se a influência de diferentes parâmetros no nível da vibração eólica. Outra forma de obter-se uma análise sensível é coletarem-se dados a partir de medições feitas em campo e/ou laboratório, com a limitação óbvia do número de condições que podem ser consideradas (EPRI, 2006).

Na Figura 2.29, a qual considera um cabo Drake, a influência da tensão (carga de esticamento) é mostrada. Como bem se pode notar da função utilizada para reproduzir a energia dissipada, dada pela Eq. (48), uma mudança de tensão acarreta uma mudança na energia dissipada e, então, uma variação da amplitude de vibração.

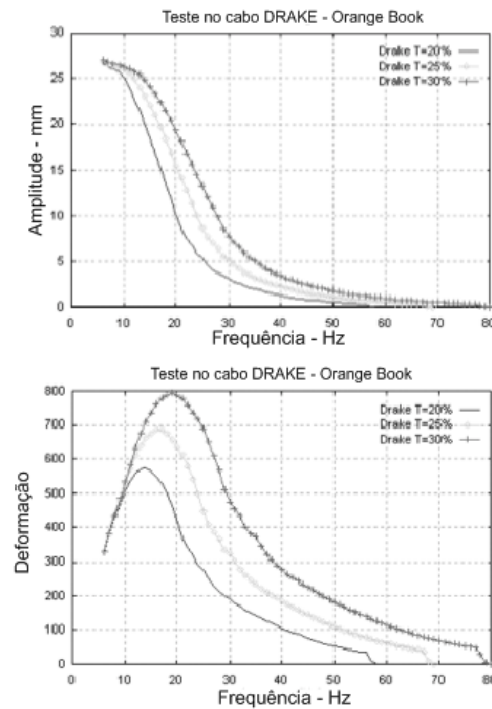


Figura 2.29. Efeito da carga de esticamento no comportamento do condutor.

Fisicamente, acontece que, a uma dada frequência e amplitude de vibração, se a tensão aumenta, o comprimento de onda aumenta, e então a deformação no anti-nó, dada por $(\epsilon_a)_n = \frac{4\pi}{\lambda_n^2} A_n \frac{D}{2}$, diminui e, conseqüentemente, o deslizamento entre os fios do condutor e a energia dissipada, diminui. Se a energia dissipada diminui, a amplitude de vibração e deformações relacionadas aumentam.

Encontra-se, aproximadamente, o mesmo comportamento da variação na amplitude de vibração com respeito à carga de esticamento, em testes experimentais, tais como o *Isles de la Madeleine test line* (HARDY e Van DYKE, 1995 *apud* EPRI, 2006) (ver Figura 2.30). O condutor testado é o ACSR Bersfort.

Resultados experimentais e analíticos confirmam que o efeito do aumento da tensão no nível de vibração é bastante relevante, resultando em um aumento do espectro de frequência e um aumento da amplitude de vibração.

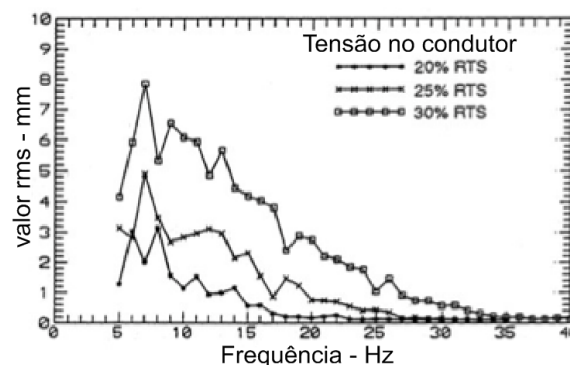


Figura 2.30. Efeito da carga de esticamento no condutor: dados experimentais. Amplitude de vibração RMS em função da frequência (HARDY & Van DYKE, 1995 *apud* EPRI, 2006).

Na Figura 2.31, a qual também considera o cabo Drake, a influência do nível de turbulência dos ventos é ilustrada.

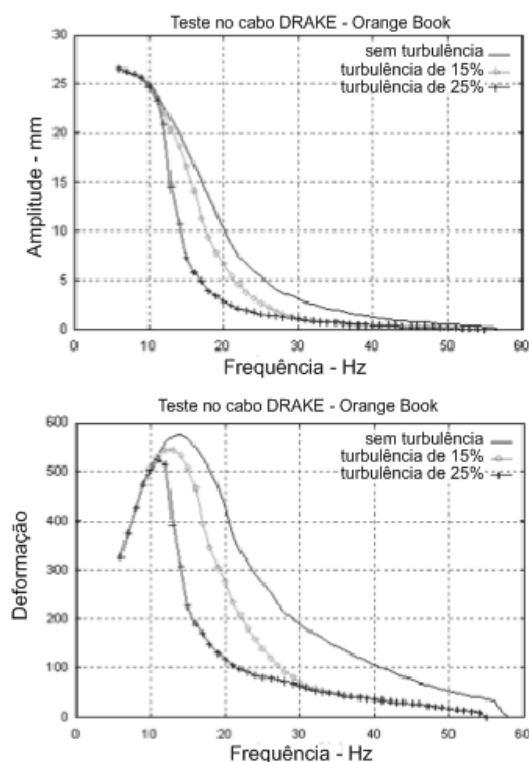


Figura 2.31. Efeito da turbulência dos ventos.

A rugosidade do terreno desempenha importante papel na altura da camada limite (o gradiente de altura), bem como nas velocidades média e flutuante do vento. Assim, as características relevantes do escoamento na localidade do condutor devem ser determinadas a fim de avaliarem-se as interações, estática e dinâmica, entre o vento e um condutor: são elas a velocidade média do vento e a turbulência. Essas características, como se pode esperar, são funções da topologia do terreno local e de dados meteorológicos.

Fisicamente, flutuações consideráveis da velocidade do vento causam a perda de sincronia entre a vibração do condutor e o desprendimento de vórtices: o vento muda continuamente e o fenômeno está sempre em regime transiente. Contudo, isso não faz que a amplitude de vibração aumente até seus valores máximos.

Em baixas frequências, o autoamortecimento do cabo é tão baixo que, mesmo se a energia introduzida fosse reduzida por conta da turbulência, a amplitude de vibração exibiria uma pequena variação com respeito à condição de baixa turbulência.

O último exemplo compara o comportamento dos cabos ACSR Drake, ACS OPGW (diâmetro aproximado de 15 mm) e ACAR 1300, em vibração eólica. Para os três condutores, o parâmetro τ/w (razão entre tensão e peso por unidade de comprimento do condutor) é mantido constante e igual a 1720 m. Esse parâmetro expressa a sensibilidade do cabo a vibrações.

Pode-se observar da Figura 2.32 (a, b, c) a ampliação significativa do intervalo de frequências em que ocorrem vibrações eólicas, para o cabo ACSR Drake.

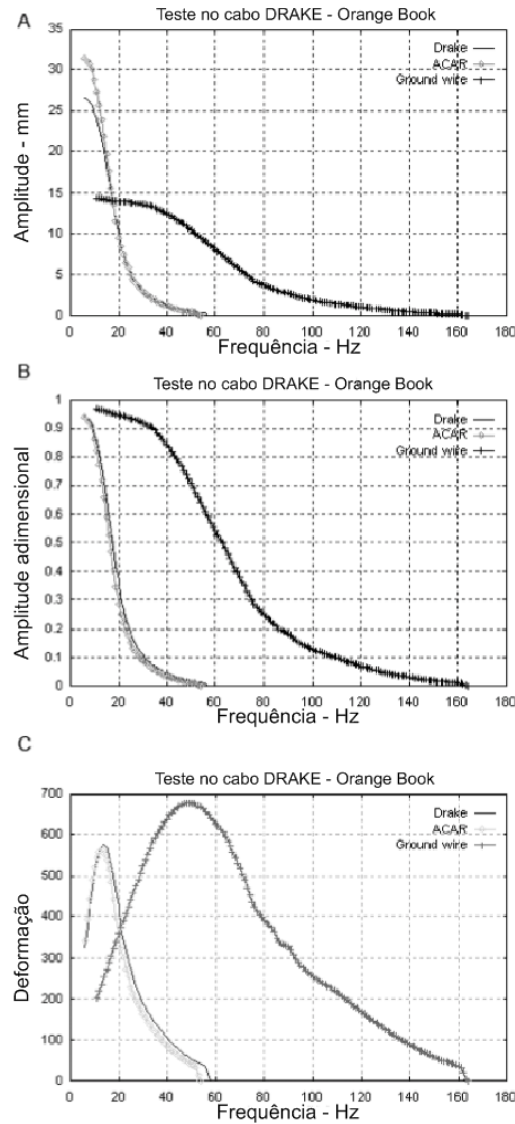


Figura 2.32. Comportamento em vibração eólica dum cabo ACSR Drake, um ACSS OPGW (diâmetro aproximado de 15 mm) e um ACAR 1300, com $\tau/w = 1720 \text{ m}$: (a) amplitude, (b) amplitude relativa e (c) deformação.

A avaliação do nível de vibração eólica pode ser feita a partir de um método alternativo ao PBE, adotado em outros setores de engenharia. Esta abordagem consiste de utilizar a relação entre o Número de Scruton e a amplitude de vibração devido ao desprendimento de vórtice (EPRI, 2006).

A relação existente entre Sc e A/D pode ser facilmente obtida do PBE, que está matematicamente expresso na Eq. (55).

A energia introduzida pelo vento está relacionada com a potência através da relação:

$$E_{in} = LP_{in} \frac{1}{f}, \quad (56)$$

em que L é comprimento do condutor e f , a frequência de vibração.

Assim, substituindo-se a potência por unidade de comprimento, dada pela Equação (49), na Eq. (56) acima, obtém-se:

$$E_{in} = \psi \left(\frac{A}{D} \right) f^2 D^4 L. \quad (57)$$

A energia dissipada no condutor é calculada na Eq. (43), que dá a relação entre amortecimento e a energia cinética máxima, dada pela Eq. (44). Substituindo uma na outra e lembrando que $\omega = 2\pi f$, pode-se escrever a energia dissipada no condutor como:

$$E = 2(2\pi\zeta)^{\frac{1}{2}} \left(m_L \frac{L}{2} \right) A^2 (2\pi f)^2.$$

Usando a relação $\delta = 2\pi\zeta$, tem-se:

$$E = \delta m_L \left(\frac{A}{D} \right)^2 f^2 D^2 L 2\pi^2. \quad (58)$$

Portanto, igualando as Equações (57) e (58), ou fazendo $E = E_{in}$, tem-se:

$$m_L \delta f^2 D^2 L 2\pi^2 \left(\frac{A}{D} \right)^2 = \psi \left(\frac{A}{D} \right) f^2 D^4 L$$

ou simplesmente,

$$\frac{m_L \delta}{D^2} = \frac{\psi \left(\frac{A}{D} \right)}{2\pi^2 \left(\frac{A}{D} \right)^2}. \quad (59)$$

Como pode ser prontamente observado, o lado esquerdo da Eq. (59) acima é igual ao número de Scruton, Sc , multiplicado pela densidade do ar, ρ . Então, qualquer que seja o cabo, o número de Scruton é uma função da amplitude relativa, A/D , somente [note-se que $\psi \left(\frac{A}{D} \right)$ tem como uma densidade “normal” do ar $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$] (EPRI, 2006):

$$Sc \left(\frac{A}{D} \right) = \frac{\psi \left(\frac{A}{D} \right)}{2\pi^2 \rho \left(\frac{A}{D} \right)^2}. \quad (60)$$

Como um exemplo de aplicação do PBE, cujos resultados em termos de amplitudes e deformações em função da frequência são mostrados na Figura 2.32, um certo número de amplitudes obtidas do balanço entre a energia do vento e a energia dissipada pelo condutor foi listado. O correspondente amortecimento do sistema, na forma do decremento logarítmico, foi utilizado para computar o número de Scruton. Os valores obtidos de Sc são informados na Figura 2.24, em função da amplitude. Como era de se esperar, os pontos relevantes aos três diferentes cabos definem uma única curva; em outras palavras, qualquer que seja o cabo e seu respectivo amortecimento, os mesmos números de Scruton sempre dão as mesmas amplitudes de vibração em regime permanente. Naturalmente, a mesma função $\psi \left(\frac{A}{D} \right)$ da potência do vento foi utilizada para os cálculos do PBE nos três casos; se outra função fosse

utilizada, uma curva diferente seria obtida. A dispersão das diferentes curvas é da mesma ordem da dispersão das diferentes funções da Figura 2.24 (EPRI, 2006).

Naturalmente, outra curva teria sido obtida se a curva da energia introduzida no sistema contabilizasse certo nível de turbulência.

2.5 CONSIDERAÇÕES

Devido ao fato de as deformações na extremidade grampeada serem proporcionais à razão entre amplitude e comprimento de onda – ou seja, ao produto entre amplitude e frequência ($\varepsilon_c = k \frac{A}{D} = k_1 A f$) –, é possível definir um valor limite do número de Scruton, acima do qual vibração eólica está controlada, para cada frequência de vibração.

A partir da definição do número de Scruton e fazendo $m_L = L\rho_{mat}$ e $k = L/D^2$, obtém-se $Sc = k\rho_{mat}\delta/\rho$. É assim possível entender porque condutores pesados comportar-se-ão melhor que os leves (com o mesmo amortecimento). De fato, é sabido que cabos feitos com liga de alumínio são mais sensíveis a vibrações eólicas do que os cabos ACSR, que têm alma de aço.

A utilidade da Figura 2.24 está em, uma vez assumido um valor limite seguro para a amplitude de vibração eólica – diga-se, por exemplo, $\frac{A}{D} = 0,1$ – lê-se facilmente da curva na Figura 2.24 o valor de Sc que garante essa amplitude: $Sc = 6$. Valendo-se, pois, da definição de Sc e das propriedades do cabo condutor – diâmetro e massa por unidade de comprimento –, é de fácil determinação o autoamortecimento correspondente em termos de δ ou ζ .

3 METODOLOGIA

Este capítulo tem como propósito utilizar a teoria desenvolvida no Capítulo 2 a fim de resolver o problema prático de engenharia descrito nas linhas abaixo e ilustrado na Figura 3.1.

Consideram-se \mathbf{i} e \mathbf{j} vetores unitários nas direções dos eixos, perpendiculares entre si, x e y , respectivamente. Em que y é a coordenada na direção axial do cabo condutor. As direções x e y formam um plano paralelo ao solo.

Nessas condições, a velocidade do vento pode ser escrita como $\mathbf{W} = U\mathbf{i} + V\mathbf{j}$, em que U é a componente de velocidade capaz de fazer vibrar o cabo e está indicada na Figura 3.1 abaixo.

3.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Seja um cabo condutor de diâmetro D e densidade linear m_L , disposto num vão de comprimento L . O cabo está suspenso por grampos a uma altura H do solo, sob uma carga de esticamento τ . Na localidade da linha de transmissão, o condutor está exposto a certo regime de ventos. Supõe-se que em dado instante, incide vento com velocidade \mathbf{W} sobre o cabo.

Nessas condições, desejam-se saber da máxima amplitude de vibração permitida, na frequência excitada, sem que ocorra falha por fadiga no condutor, e do amortecimento necessário para garantir vibração abaixo dessa amplitude.

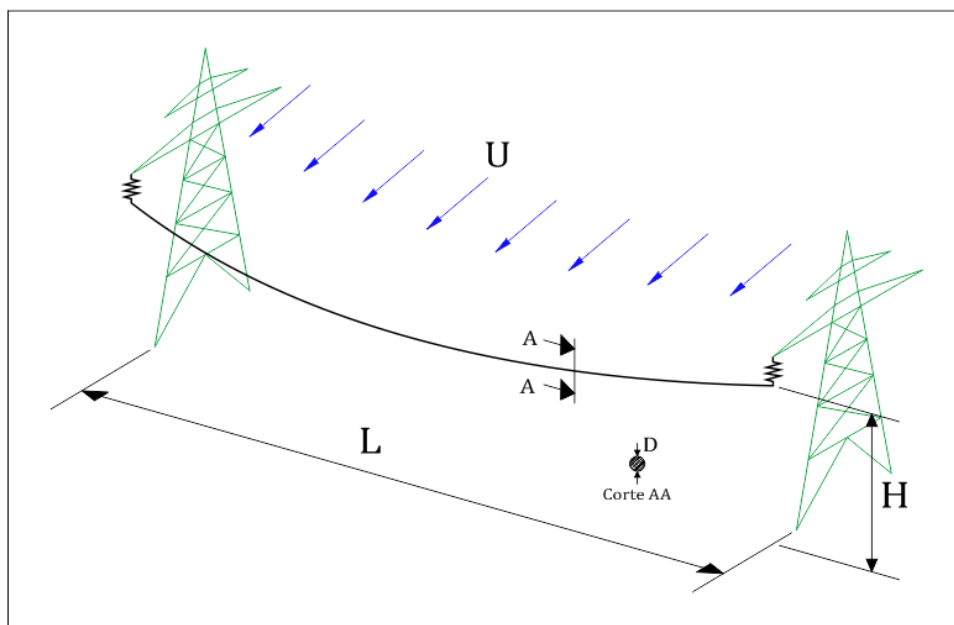


Figura 3.1. Instalação típica dum cabo condutor exposto à incidência de ventos.

3.2 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Para resolver o problema apresentado, desenvolve-se um método numérico-experimental, que tem como base o PBE, a fórmula de P-S e dados experimentais para estimativa do autoamortecimento de condutores.

Primeiro calcula-se a máxima amplitude de oscilação sem que ocorra a fadiga do cabo. A seguir, compara-se o valor teórico do amortecimento que o cabo deve ter – estimado com base na máxima amplitude de vibração calculada por P-S – com o valor medido em laboratório.

3.2.1 O início da vibração

Sabe-se que o início da vibração eólica se dá pela correspondência entre a frequência de desprendimento de vórtices na esteira do condutor, dada pela Eq. (1), e uma de suas frequências naturais calculadas pela Eq. (52). Da igualdade entre essas equações, estabelece-se a ressonância:

$$St \frac{U}{D} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{m_L}}. \quad (61)$$

A Equação (61) acima diz que cada modo natural de vibração do condutor, n , associa uma velocidade do vento, U , capaz de excitá-lo.

Daí, cada frequência de ressonância associa uma máxima amplitude de oscilação que se pode desenvolver no cabo sem que ocorra fadiga.

3.2.2 Cálculo da máxima amplitude de oscilação

Para uma estimativa da máxima amplitude de vibração permitida, $y_{máx}$, – isto é, sem que ocorra fadiga do condutor –, utiliza-se a tensão alternada calculada pela fórmula de P-S da pela Eq. (40):

$$\sigma_a = \pi d_a E_a \sqrt{\frac{m_L}{EI}} f y_{máx},$$

sendo E_a o módulo de elasticidade do material de que são feitos os fios na última camada do condutor e d_a o diâmetro desses fios.

Essa tensão tende ao limite de resistência à fadiga, S_f . Assim, calcula-se a amplitude máxima permissível para cada frequência de oscilação do cabo.

Calcula-se então o amortecimento necessário para manter a amplitude abaixo da máxima estimada acima.

3.2.3 O amortecimento requerido

Conforme demonstrado na Seção 2.4.2, o número de Scruton é função da amplitude de vibração em regime permanente:

$$Sc\left(\frac{A}{D}\right) = \frac{\psi\left(\frac{A}{D}\right)}{2\pi^2\rho\left(\frac{A}{D}\right)^2}.$$

Mas, pela definição, o Número de Scruton é dado por:

$$Sc = \frac{m_L\delta}{\rho D^2}.$$

Para cada amplitude máxima permissível, calcula-se o número de Scruton associado. A seguir, obtém-se o mínimo amortecimento necessário para assegurar aquela amplitude.

Caso o valor de autoamortecimento calculado pelo método numérico apresentado neste trabalho seja superior ao valor de autoamortecimento medido em laboratório, far-se-á necessário o uso de dispositivo amortecedor.

4 RESULTADOS

Para efeito de aplicação da metodologia analítica apresentada no Capítulo 3 deste trabalho, considera-se o cabo ACSR Drake, cujos valores de amortecimento obtidos experimentalmente estão disponíveis na literatura.

Na verdade, implementou-se uma rotina na plataforma EES com o fim de tornar mais rápido e mais prático os cálculos. Os resultados gerados e o código utilizado nessa rotina são apresentados em Anexo.

Demonstra-se nas linhas abaixo um passo-a-passo para o cálculo da amplitude através da Fórmula de P-S e o autoamortecimento associado, segundo uma condição permanente de vibração imposto pelo PBE.

4.1.1 Dados iniciais

Na Tabela 4.1 estão dispostos os dados para esse cabo, necessários à alimentação do modelo. Na ordem em que figuram na tabela, são: massa por unidade de comprimento e diâmetro do condutor, número de fios, módulo de elasticidade do material de que são feitos os fios e seus respectivos diâmetros.

Tabela 4.1. Dados para o cabo ACSR Drake.

m_L [kg/m]	D [mm]	n_s	E_s [GPa]	d_s [mm]	n_a	E_a [GPa]	d_a [mm]
1,628	28,11	7	206,8	3,45	26	68,95	4,44

Considera-se que o cabo esteja esticado a uma tensão de 28024 Newtons em um comprimento de vão de 250 metros. Para uma condição de vibração eólica, supõe-se uma velocidade horizontal de 5 metros por segundo.

4.1.2 Frequência de Strouhal

No intervalo do número de Reynolds em que tipicamente se dá vibração eólica, $St = 0,185$. Assim, pela Eq. (1),

$$f_{St} = 0,185 \times \frac{5 \text{ m/s}}{28,11 \times 10^{-3} \text{ m}} \cong 33 \text{ Hz}.$$

4.1.3 Modo natural excitado

Da correspondência, dada pela Equação (61), entre a frequência de despreendimento de vórtices e a frequência do n-ésimo modo de vibração, vem que

$$33 \text{ Hz} = \frac{n}{2 \times 250 \text{ m}} \sqrt{\frac{28024 \text{ N}}{1,628 \frac{\text{kg}}{\text{m}}}}$$

Portanto,

$$n \cong 126.$$

4.1.4 Rigidez à flexão

Para o cálculo da rigidez à flexão utiliza-se a Eq. (30) reescrita abaixo, a qual supõe que os fios agem de modo independente uns dos outros. Isto é, assume-se seu valor mínimo:

$$EI_{\min} = n_s E_s I_s + n_a E_a I_a,$$

onde

$$I_j = \frac{\pi d_j^4}{64}$$

é o momento de inércia do fio com diâmetro d_j , desde que j represente a ou s , conforme o material de que é feito o fio.

Assim,

$$EI = 7 \times \left(206,8 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \times \frac{\pi (3,45 \times 10^{-3} \text{ m})^4}{64} + 26 \times \left(68,95 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \times \frac{\pi (4,44 \times 10^{-3} \text{ m})^4}{64}$$

ou simplesmente,

$$EI \cong 44,3 \text{ Nm}^2.$$

4.1.5 Amplitude máxima de vibração

Para o cálculo da máxima amplitude de flexão, considera-se que a tensão alternada devida ao momento fletor na região do grampo de suspensão tende ao limite de resistência à fadiga. Para cabos de alumínio com alma de aço, isto é, cabos do tipo ACSR, e com mais de uma camada de alumínio, $S_f = 8,5 \text{ MPa}$, conforme Tabela 2.1.

A amplitude assim calculada estabelece um limite além do qual haverá falha por fadiga nos fios da camada mais externa do condutor.

O valor da tensão calculado pela fórmula de P-S é idealizado, segundo as hipóteses apresentadas na Seção 2.3.1, e associa uma amplitude máxima a cada modo de vibração. Considerando-se, então, o 126º modo,

$$8,5 \times 10^6 \frac{N}{m^2} = \pi (4,44 \times 10^{-3} m) \left(68,95 \times 10^9 \frac{N}{m^2} \right) \sqrt{\frac{1,628 \frac{kg}{m}}{44,3 \frac{Nm^2}{m^2}}} (33 \text{ Hz}) y_{m\acute{a}x}.$$

Donde vem que

$$y_{m\acute{a}x} \cong 1,4 \times 10^{-3} m = 1,4 \text{ mm}.$$

4.1.6 Potência introduzida pelo vento

A potência introduzida pelo vento é estimada com base em medições realizadas em túneis de vento. Tais medições geram dados experimentais da potência específica, ψ , na forma de curvas como as da Figura 2.4.

Uma aproximação polinomial para a curva obtida por DIANA & FALCO (1971) *apud* EPRI (2006) é:

$$\psi \left(\frac{A}{D} \right) = \sum_{i=1}^8 b_i \left(\frac{A}{D} \right)^i,$$

em que os coeficientes b_i são aqueles dados pela Tabela 2.4, na Seção 2.4.

Assim, fazendo $A = y_{m\acute{a}x}$ e observando que $\frac{y_{m\acute{a}x}}{D} = \frac{1,4 \text{ mm}}{28,11 \text{ mm}} \cong 0,05$, obtém-se

$$\psi \left(\frac{y_{m\acute{a}x}}{D} \right) = \sum_{i=1}^8 b_i \left(\frac{y_{m\acute{a}x}}{D} \right)^i \cong 0,57 \text{ kg/m}^3.$$

Calcula-se então o autoamortecimento associado à máxima amplitude de oscilação permissível, ou seja, o menor amortecimento capaz de assegurar longa vida em fadiga ao cabo condutor.

4.1.7 O autoamortecimento

O autoamortecimento do cabo, na forma do fator de amortecimento, é aferido a partir da aplicação do PBE. De fato, em regime permanente de vibração, a energia introduzida pelos ventos é totalmente dissipada pelo cabo, donde vem a relação entre o número de Scruton, que dá o autoamortecimento em termos do decremento logarítmico, e a potência específica:

$$Sc \left(\frac{y_{m\acute{a}x}}{D} \right) = \frac{\psi \left(\frac{y_{m\acute{a}x}}{D} \right)}{2\pi^2 \rho \left(\frac{y_{m\acute{a}x}}{D} \right)^2}.$$

Logo,

$$Sc = \frac{0,57 \frac{kg}{m^3}}{2\pi^2 \left(1,25 \frac{kg}{m^3} \right) 0,05} \cong 9,24.$$

Pela definição,

$$Sc = \frac{\delta m_L}{\rho D^2}.$$

Daí,

$$\delta = \frac{9,24 \left(1,25 \frac{kg}{m^3} \right) (28,11 \times 10^{-3} m)^2}{1,628 \frac{kg}{m}} \cong 5,61 \times 10^{-3}.$$

Considerando que o cabo tem baixo fator de amortecimento, isto é, $\zeta \ll 1$,

$$\delta = 2\pi\zeta$$

ou

$$\zeta = (5,61 \times 10^{-3}) / \cong 8,9 \times 10^{-4}.$$

A seguir, compara-se o valor calculado para o fator de amortecimento com o valor medido em laboratório na frequência e amplitude de vibração.

4.1.8 Comparação entre os valores de amortecimento

A Figura 4.1 mostra o amortecimento do cabo Drake medido em laboratório para várias frequências e amplitudes de vibração. Para a frequência de 33 Hz e amplitude relativa de 0,05, o fator de amortecimento obtido do gráfico dessa figura é 6×10^{-4} , que é menor do que aquele calculado

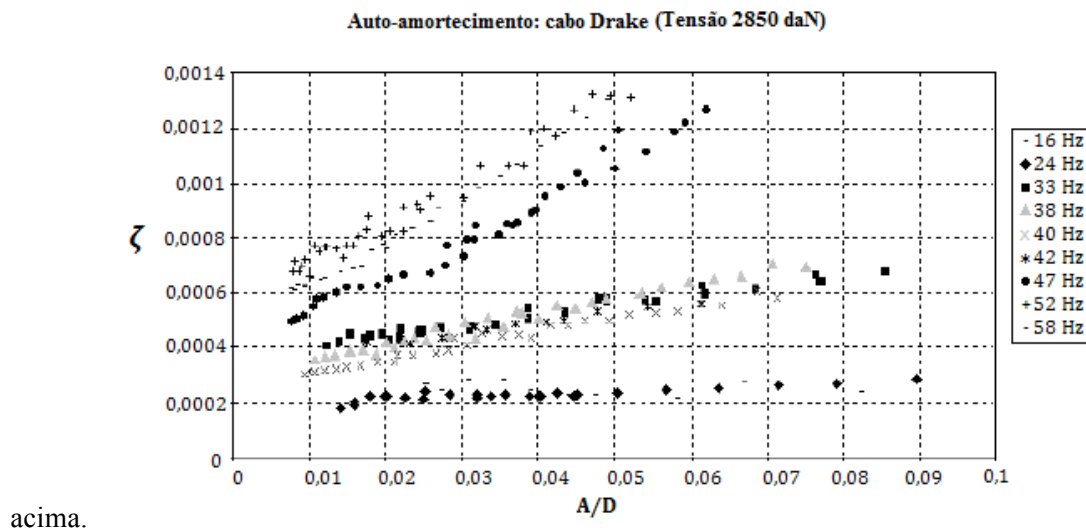


Figura 4.1 - Autoamortecimento do cabo Drake expresso em termos do coeficiente de amortecimento, ζ , em função da amplitude relativa, A/D .

Logo, a fim garantir uma vida longa em fadiga ao cabo, deve-se adicionar um dispositivo amortecedor e assim suprir sua necessidade de amortecimento.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo geral contribuir com os trabalhos de pesquisa científica no âmbito dos condutores aéreos segundo a apresentação de um estudo da vibração eólica e fadiga de cabos e, como objetivo específico, a apresentação de uma metodologia de cálculo do autoamortecimento associado a uma condição limite de fadiga nos fios da camada mais externa do condutor.

A pesquisa sobre o tema e a revisão bibliográfica possibilitou a revisão dos conceitos teóricos necessários ao entendimento dos fenômenos físicos envolvidos, o que, por sua vez, permitiu concluir quando um dado cabo exposto a certas condições ambientais necessita dispositivo amortecedor.

Pôde-se observar que as vibrações eólicas e a fadiga de cabos condutores em linhas aéreas de transmissão são fenômenos assaz complexos e que certas considerações e hipóteses simplificadoras são essenciais à sua compreensão e análise. Desta forma, foi possível a implementação analítica de um modelo matemático para o problema físico, cuja aplicação é relativamente simples, capaz de estimar o amortecimento de cabos, que, uma vez comparado com o valor obtido em laboratório, permite predizer a necessidade de amortecimento adicional.

Não obstante a limitação dos dados experimentais de amortecimento encontrados na literatura, as atividades desenvolvidas e concluídas neste trabalho representam uma importante e fundamental etapa para a implementação de um modelo numérico-experimental para a determinação do autoamortecimento de cabos condutores. Pode-se assim concluir que o presente Projeto de Graduação cumpriu as expectativas apresentadas inicialmente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Electric Power Research Institute, EPRI. Transmission Line Reference Book: Wind-Inducted Conductor Motion. EPRI, Palo Alto, CA: 2006, 1012317.

Electric Power Research Institute, EPRI. Updating the Transmission Line Reference Book: Wind-Inducted Conductor Motion (The Orange Book). EPRI, Palo Alto, CA: 2005, 1012317.

FADEL, Aida Alves, Avaliação do Efeito de Tracionamento em Elevados Níveis de EDS Sobre a Resistência em Fadiga do Condutor CAA 397,5 MCM – IBIS. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2010.

FIGUEIREDO, Djairo Guedes de. Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais, 2009.

HORTÊNCIO, Tânia de Oliveira Serra, Ensaio de Fadiga sob Condições de *Fretting* com Cabo CAA 397,5 MCM – IBIS. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2009.

ANEXOS

		Págs.
Anexo I	Código feito em plataforma EES	1 e 2
Anexo II	Tabela de resultados da implementação da rotina	3 a 6
Anexo III	Gráficos de resultados da implementação da rotina	6 a 8

Rotina para o cálculo de autoamortecimento

Equations

Dados para o cabo Drake

$$m_L = 1,628 \text{ [kg/m]} \quad \text{densidade linear do cabo} \quad (1)$$

$$D = 28,11 \times 10^{-3} \text{ [m]} \quad \text{diâmetro do cabo} \quad (2)$$

$$n_s = 7 \quad \text{número de fios de aço} \quad (3)$$

$$d_s = 3,45 \times 10^{-3} \text{ [m]} \quad \text{diâmetro dos fios de aço} \quad (4)$$

$$E_s = 206,8 \times 10^9 \text{ [Pa]} \quad \text{módulo de elasticidade do aço} \quad (5)$$

$$n_a = 26 \quad \text{número de fios de alumínio} \quad (6)$$

$$d_a = 4,44 \times 10^{-3} \text{ [m]} \quad \text{diâmetro dos fios de alumínio} \quad (7)$$

$$E_a = 68,95 \times 10^9 \text{ [Pa]} \quad \text{módulo de elasticidade do alumínio} \quad (8)$$

$$EI = EI_{min} \quad (9)$$

$$EI_{min} = \left(n_a \cdot E_a \cdot d_a^4 + n_s \cdot E_s \cdot d_s^4 \right) \cdot \pi / 64 \quad \text{valor mínimo da rigidez à flexão do cabo} \quad (10)$$

$$\rho = 1,25 \text{ [kg/m}^3] \quad \text{densidade do ar a } 20^\circ\text{C} \quad (11)$$

$$\nu = 1,51 \times 10^{-5} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad \text{viscosidade cinemática do ar a } 20^\circ\text{C} \quad (12)$$

$$L = 250 \text{ [m]} \quad \text{comprimento do vão} \quad (13)$$

$$\tau = (20/100) \cdot 142,5 \times 10^3 \text{ [N]} \quad \text{tensão no cabo} \quad (14)$$

$$f_{St} = St \cdot U/D \quad \text{frequência de Strouhal} \quad (15)$$

$$f_n = \left(\frac{n}{2 \cdot L} \right) \cdot \sqrt{\tau/m_L} \quad \text{frequência natural do cabo} \quad (16)$$

$$f_{St} = f_n \quad \text{condição de ressonância} \quad (17)$$

$$f = f_{St} \quad (18)$$

$$\sigma_a = \pi \cdot E_a \cdot d_a \cdot \sqrt{m_L/EI} \cdot f \cdot y_{max} \quad \text{Fórmula de Poffenber-Swart} \quad (19)$$

$$\sigma_a = \sigma_{nom;max} \quad (20)$$

$$\sigma_{nom;max} = S_f \quad \text{critério de falha por fadiga} \quad (21)$$

$$S_f = 8,5 \times 10^6 \text{ [Pa]} \quad \text{limite de resistência à fadiga} \quad (22)$$

$$Sc = \frac{m_L \cdot \delta}{\rho \cdot D^2} \quad \text{número de Scruton} \quad (23)$$

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} \quad \text{número de Reynolds} \quad (24)$$

$$St = 0,185 \quad \text{número de Strouhal} \quad (25)$$

$$\delta = 2 \cdot \pi \cdot \zeta \quad \text{decremento logarítmico} \quad (26)$$

$$A = y_{max} \quad (27)$$

$$\alpha = A/D \quad \text{amplitude relativa} \quad (28)$$

Polinômio de aproximação para os dados experimentais de Diana & Falco (1971)

$$b_1 = 3,12858 \quad (29)$$

$$b_2 = 208,972 \quad (30)$$

$$b_3 = -1048,68829 \quad (31)$$

$$b_4 = 3894,56424 \quad (32)$$

$$b_5 = -8396,67235 \quad (33)$$

$$b_6 = 9919,9573 \quad (34)$$

$$b_7 = -6137,30905 \quad (35)$$

$$b_8 = 1573,9704 \quad (36)$$

$$\psi = b_1 \cdot \alpha + b_2 \cdot \alpha^2 + b_3 \cdot \alpha^3 + b_4 \cdot \alpha^4 + b_5 \cdot \alpha^5 + b_6 \cdot \alpha^6 + b_7 \cdot \alpha^7 + b_8 \cdot \alpha^8 \quad (37)$$

$$P_{in} = f^3 \cdot D^4 \cdot \psi \quad \text{Potência introduzida pelo vento} \quad (38)$$

Princípio do Balanço de Energia

$$P/L = P_{in} \quad (39)$$

$$Sc = \frac{\psi}{2 \cdot (\pi^2) \cdot \rho \cdot \alpha^2} \quad (40)$$

Table 2

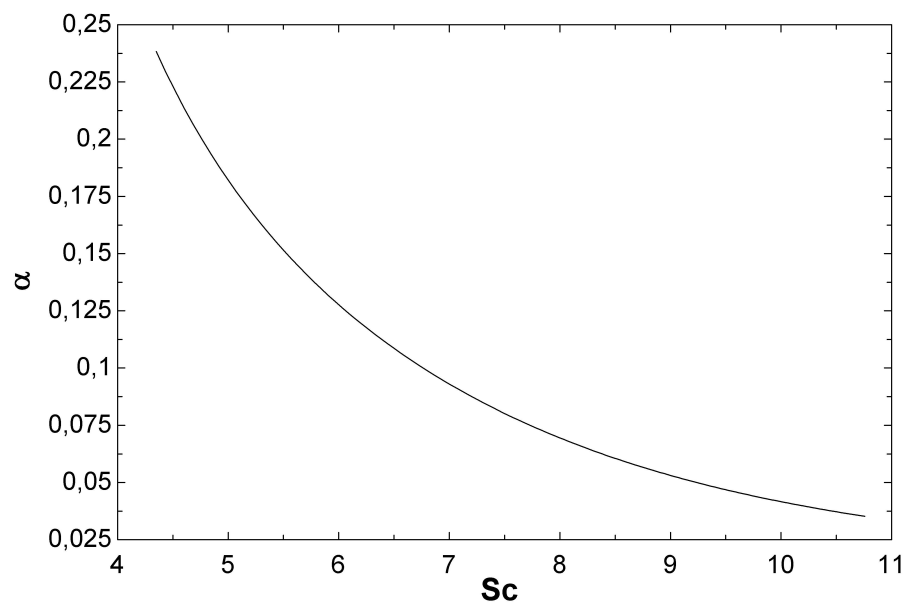
Run	n	f [Hz]	U [m/s]	Sc	ζ	α	P_{in} [W/m]
1	26	6,88	1,045	4,349	0,0004199	0,2383	0,001239
2	27	7,145	1,086	4,434	0,0004282	0,2295	0,001312
3	28	7,409	1,126	4,519	0,0004363	0,2213	0,001386
4	29	7,674	1,166	4,602	0,0004443	0,2136	0,001462
5	30	7,939	1,206	4,683	0,0004522	0,2065	0,001539
6	31	8,203	1,246	4,764	0,00046	0,1999	0,001618
7	32	8,468	1,287	4,843	0,0004676	0,1936	0,001698
8	33	8,733	1,327	4,921	0,0004752	0,1877	0,001779
9	34	8,997	1,367	4,998	0,0004826	0,1822	0,001862
10	35	9,262	1,407	5,074	0,0004899	0,177	0,001946
11	36	9,526	1,447	5,149	0,0004972	0,1721	0,002031
12	37	9,791	1,488	5,222	0,0005043	0,1674	0,002117
13	38	10,06	1,528	5,295	0,0005113	0,163	0,002205
14	39	10,32	1,568	5,367	0,0005182	0,1589	0,002293
15	40	10,58	1,608	5,437	0,000525	0,1549	0,002383
16	41	10,85	1,649	5,507	0,0005317	0,1511	0,002474
17	42	11,11	1,689	5,575	0,0005384	0,1475	0,002566
18	43	11,38	1,729	5,643	0,0005449	0,1441	0,002659
19	44	11,64	1,769	5,709	0,0005513	0,1408	0,002753
20	45	11,91	1,809	5,775	0,0005576	0,1377	0,002848
21	46	12,17	1,85	5,84	0,0005639	0,1347	0,002944
22	47	12,44	1,89	5,904	0,0005701	0,1318	0,00304
23	48	12,7	1,93	5,967	0,0005761	0,1291	0,003138
24	49	12,97	1,97	6,029	0,0005821	0,1264	0,003237
25	50	13,23	2,01	6,09	0,0005881	0,1239	0,003336
26	51	13,5	2,051	6,15	0,0005939	0,1215	0,003437
27	52	13,76	2,091	6,21	0,0005996	0,1191	0,003538
28	53	14,02	2,131	6,269	0,0006053	0,1169	0,003641
29	54	14,29	2,171	6,327	0,0006109	0,1147	0,003744
30	55	14,55	2,211	6,384	0,0006165	0,1126	0,003847
31	56	14,82	2,252	6,441	0,0006219	0,1106	0,003952
32	57	15,08	2,292	6,496	0,0006273	0,1087	0,004057
33	58	15,35	2,332	6,552	0,0006326	0,1068	0,004164
34	59	15,61	2,372	6,606	0,0006379	0,105	0,004271
35	60	15,88	2,412	6,66	0,0006431	0,1033	0,004378
36	61	16,14	2,453	6,713	0,0006482	0,1016	0,004487
37	62	16,41	2,493	6,765	0,0006533	0,09993	0,004596
38	63	16,67	2,533	6,817	0,0006583	0,09834	0,004706
39	64	16,94	2,573	6,868	0,0006632	0,0968	0,004817
40	65	17,2	2,614	6,919	0,0006681	0,09531	0,004928
41	66	17,47	2,654	6,969	0,0006729	0,09387	0,00504
42	67	17,73	2,694	7,019	0,0006777	0,09247	0,005153
43	68	17,99	2,734	7,068	0,0006825	0,09111	0,005266
44	69	18,26	2,774	7,116	0,0006871	0,08979	0,00538

45	70	18,52	2,815	7,164	0,0006918	0,08851	0,005495
46	71	18,79	2,855	7,212	0,0006963	0,08726	0,00561
47	72	19,05	2,895	7,258	0,0007009	0,08605	0,005726
48	73	19,32	2,935	7,305	0,0007054	0,08487	0,005843
49	74	19,58	2,975	7,351	0,0007098	0,08372	0,00596
50	75	19,85	3,016	7,396	0,0007142	0,08261	0,006078
51	76	20,11	3,056	7,441	0,0007185	0,08152	0,006197
52	77	20,38	3,096	7,486	0,0007229	0,08046	0,006316
53	78	20,64	3,136	7,53	0,0007271	0,07943	0,006436
54	79	20,91	3,176	7,574	0,0007314	0,07842	0,006556
55	80	21,17	3,217	7,618	0,0007355	0,07744	0,006677
56	81	21,43	3,257	7,661	0,0007397	0,07649	0,006799
57	82	21,7	3,297	7,703	0,0007438	0,07555	0,006921
58	83	21,96	3,337	7,745	0,0007479	0,07464	0,007044
59	84	22,23	3,377	7,787	0,0007519	0,07376	0,007167
60	85	22,49	3,418	7,829	0,0007559	0,07289	0,007291
61	86	22,76	3,458	7,87	0,0007599	0,07204	0,007416
62	87	23,02	3,498	7,911	0,0007639	0,07121	0,007541
63	88	23,29	3,538	7,951	0,0007678	0,0704	0,007667
64	89	23,55	3,579	7,991	0,0007716	0,06961	0,007793
65	90	23,82	3,619	8,031	0,0007755	0,06884	0,00792
66	91	24,08	3,659	8,071	0,0007793	0,06808	0,008047
67	92	24,35	3,699	8,11	0,0007831	0,06734	0,008175
68	93	24,61	3,739	8,149	0,0007868	0,06662	0,008304
69	94	24,87	3,78	8,187	0,0007906	0,06591	0,008433
70	95	25,14	3,82	8,226	0,0007943	0,06522	0,008562
71	96	25,4	3,86	8,264	0,000798	0,06454	0,008693
72	97	25,67	3,9	8,302	0,0008016	0,06387	0,008823
73	98	25,93	3,94	8,339	0,0008052	0,06322	0,008955
74	99	26,2	3,981	8,376	0,0008088	0,06258	0,009086
75	100	26,46	4,021	8,413	0,0008124	0,06195	0,009219
76	101	26,73	4,061	8,45	0,0008159	0,06134	0,009352
77	102	26,99	4,101	8,487	0,0008195	0,06074	0,009485
78	103	27,26	4,141	8,523	0,000823	0,06015	0,009619
79	104	27,52	4,182	8,559	0,0008265	0,05957	0,009753
80	105	27,79	4,222	8,595	0,0008299	0,059	0,009888
81	106	28,05	4,262	8,63	0,0008334	0,05845	0,01002
82	107	28,31	4,302	8,666	0,0008368	0,0579	0,01016
83	108	28,58	4,342	8,701	0,0008402	0,05737	0,0103
84	109	28,84	4,383	8,736	0,0008435	0,05684	0,01043
85	110	29,11	4,423	8,771	0,0008469	0,05632	0,01057
86	111	29,37	4,463	8,805	0,0008502	0,05581	0,01071
87	112	29,64	4,503	8,839	0,0008535	0,05532	0,01085
88	113	29,9	4,544	8,874	0,0008568	0,05483	0,01099
89	114	30,17	4,584	8,908	0,0008601	0,05435	0,01113
90	115	30,43	4,624	8,941	0,0008634	0,05387	0,01127
91	116	30,7	4,664	8,975	0,0008666	0,05341	0,01141
92	117	30,96	4,704	9,008	0,0008699	0,05295	0,01155

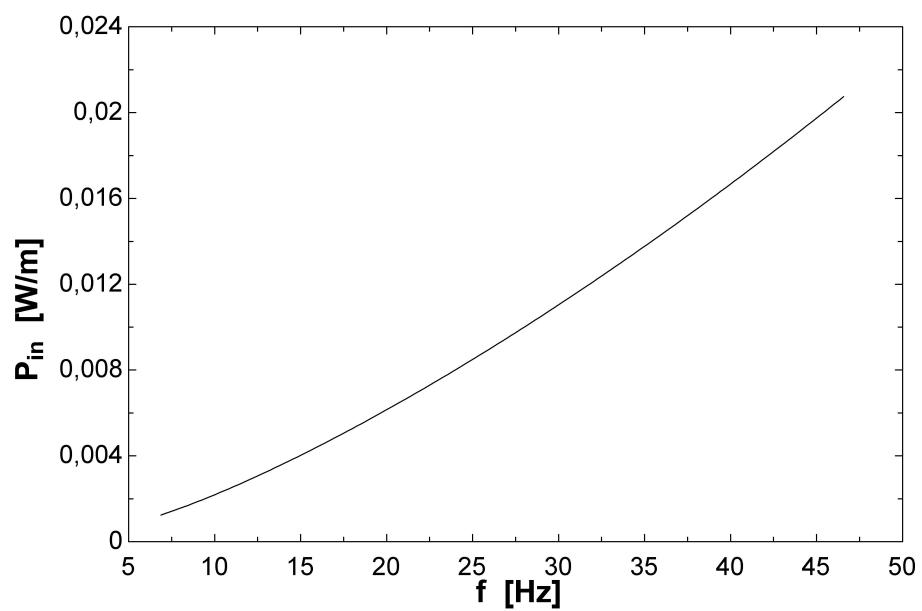
93	118	31,23	4,745	9,042	0,0008731	0,0525	0,01169
94	119	31,49	4,785	9,075	0,0008763	0,05206	0,01183
95	120	31,75	4,825	9,108	0,0008794	0,05163	0,01198
96	121	32,02	4,865	9,14	0,0008826	0,0512	0,01212
97	122	32,28	4,905	9,173	0,0008857	0,05078	0,01226
98	123	32,55	4,946	9,205	0,0008889	0,05037	0,01241
99	124	32,81	4,986	9,238	0,000892	0,04996	0,01255
100	125	33,08	5,026	9,27	0,0008951	0,04956	0,0127
101	126	33,34	5,066	9,302	0,0008982	0,04917	0,01284
102	127	33,61	5,106	9,333	0,0009012	0,04878	0,01299
103	128	33,87	5,147	9,365	0,0009043	0,0484	0,01313
104	129	34,14	5,187	9,397	0,0009073	0,04803	0,01328
105	130	34,4	5,227	9,428	0,0009104	0,04766	0,01343
106	131	34,67	5,267	9,459	0,0009134	0,04729	0,01358
107	132	34,93	5,307	9,49	0,0009164	0,04694	0,01373
108	133	35,19	5,348	9,521	0,0009194	0,04658	0,01388
109	134	35,46	5,388	9,552	0,0009224	0,04623	0,01403
110	135	35,72	5,428	9,583	0,0009253	0,04589	0,01418
111	136	35,99	5,468	9,614	0,0009283	0,04555	0,01433
112	137	36,25	5,509	9,644	0,0009312	0,04522	0,01448
113	138	36,52	5,549	9,674	0,0009342	0,04489	0,01463
114	139	36,78	5,589	9,705	0,0009371	0,04457	0,01478
115	140	37,05	5,629	9,735	0,00094	0,04425	0,01493
116	141	37,31	5,669	9,765	0,0009429	0,04394	0,01509
117	142	37,58	5,71	9,795	0,0009458	0,04363	0,01524
118	143	37,84	5,75	9,825	0,0009487	0,04332	0,01539
119	144	38,11	5,79	9,854	0,0009515	0,04302	0,01555
120	145	38,37	5,83	9,884	0,0009544	0,04273	0,0157
121	146	38,63	5,87	9,913	0,0009572	0,04243	0,01586
122	147	38,9	5,911	9,943	0,0009601	0,04215	0,01601
123	148	39,16	5,951	9,972	0,0009629	0,04186	0,01617
124	149	39,43	5,991	10	0,0009657	0,04158	0,01633
125	150	39,69	6,031	10,03	0,0009685	0,0413	0,01649
126	151	39,96	6,071	10,06	0,0009713	0,04103	0,01664
127	152	40,22	6,112	10,09	0,0009741	0,04076	0,0168
128	153	40,49	6,152	10,12	0,0009769	0,04049	0,01696
129	154	40,75	6,192	10,15	0,0009797	0,04023	0,01712
130	155	41,02	6,232	10,17	0,0009824	0,03997	0,01728
131	156	41,28	6,272	10,2	0,0009852	0,03971	0,01744
132	157	41,55	6,313	10,23	0,0009879	0,03946	0,0176
133	158	41,81	6,353	10,26	0,0009907	0,03921	0,01776
134	159	42,07	6,393	10,29	0,0009934	0,03896	0,01792
135	160	42,34	6,433	10,32	0,0009961	0,03872	0,01809
136	161	42,6	6,474	10,34	0,0009988	0,03848	0,01825
137	162	42,87	6,514	10,37	0,001002	0,03824	0,01841
138	163	43,13	6,554	10,4	0,001004	0,03801	0,01857
139	164	43,4	6,594	10,43	0,001007	0,03778	0,01874
140	165	43,66	6,634	10,46	0,00101	0,03755	0,0189

141	166	43,93	6,675	10,48	0,001012	0,03732	0,01907
142	167	44,19	6,715	10,51	0,001015	0,0371	0,01923
143	168	44,46	6,755	10,54	0,001018	0,03688	0,0194
144	169	44,72	6,795	10,57	0,00102	0,03666	0,01957
145	170	44,99	6,835	10,59	0,001023	0,03644	0,01973
146	171	45,25	6,876	10,62	0,001026	0,03623	0,0199
147	172	45,51	6,916	10,65	0,001028	0,03602	0,02007
148	173	45,78	6,956	10,68	0,001031	0,03581	0,02024
149	174	46,04	6,996	10,7	0,001033	0,03561	0,0204
150	175	46,31	7,036	10,73	0,001036	0,0354	0,02057
151	176	46,57	7,077	10,76	0,001039	0,0352	0,02074

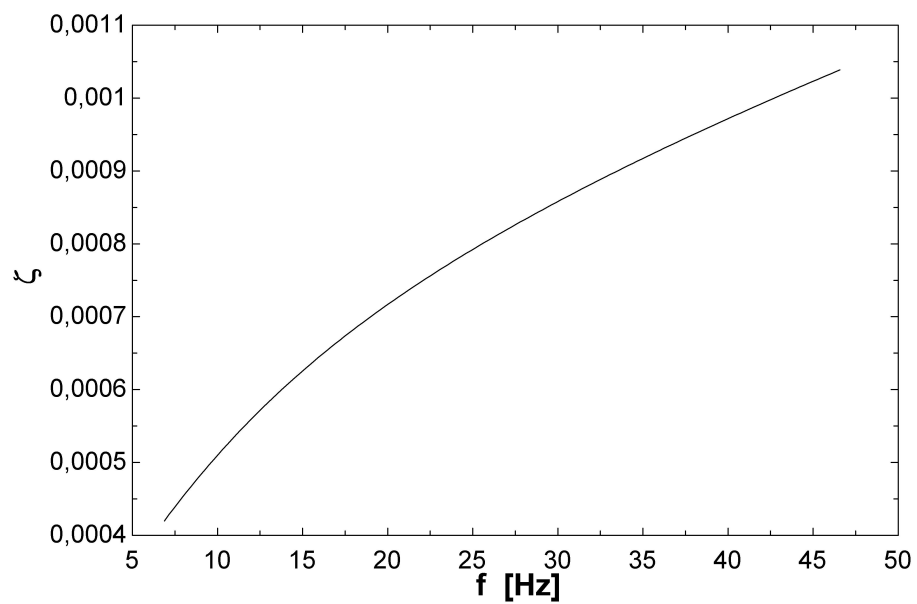
Plot 1



Plot 2



Plot 3



Plot 4

